

Thrum, Friedrich:

Untersuchungen zum Abdruckvorgang beim Mosaikdruck

Bilder, Diagramme, Tabellen und Anhang

DOI: [10.22032/dbt.46310](https://doi.org/10.22032/dbt.46310)

URN: [urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020300042](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020300042)

Zugehörige Publikationen:

Hauptband:

DOI: [10.22032/dbt.46309](https://doi.org/10.22032/dbt.46309)

URN: [urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020300033](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020300033)

Thesen:

DOI: [10.22032/dbt.46311](https://doi.org/10.22032/dbt.46311)

URN: [urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020300058](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020300058)

Retrodigitalisierung der gleichnamigen Ausgabe:

Erschienen: Dissertation, Technische Hochschule Ilmenau, 1981

Digitalisierung durch: Universitätsbibliothek Ilmenau / ilmedia

Digitalisierungsjahr: 2020

Scanformat: TIFF, 450 DPI, 8 BPP

Inhalt

Seite

1.	Bilder	1
1.1.	Übersicht	1
1.2.	Bilder B 1 bis B 57	5 bis 43
2.	Diagramme	44
2.1.	Übersicht	44
2.2.	Diagramme D 1 bis D 10.8	47 bis 104
3.	Tabellen	105
3.1.	Übersicht	105
3.2.	Tabellen T 1 bis T 7	106 bis 112
4.	Anhang zu Teil I	113

1. Bilder

1.1. Übersicht

Bild-Nr.	Bildunterschriften	Seite
B 1	Schlagende Kontrasterzeugung durch ein Druckelement - Stoß eines massearmen inkompressiblen Körpers gegen eine feste teilelastische Wand	6
B 2	Fotoelektrisches Prinzip der Wegmessung	6
B 3	Eicheinrichtung; Eichlinien auf dem Oszillografen; Eichfunktion und Beispiel einer gemessenen $x(t)$ -Abhängigkeit	7
B 4	Gehäuse der Meßeinrichtung	8
B 5	Walzenlagerung mit Antriebsmotor	8
B 6	Pendelgrundkörper mit Zusatzmasse, Blende, Beschleunigungsaufnehmer und Drucknadelfassung	9
B 7	Störung des Weg-Zeit-Verlaufes durch die reflektierte Stoßwelle	9
B 8	Feste Anlage der Blende am Grundkörper durch leichtes Verspannen; Versuchsstand; Drucknadeln	10
B 9	Aufzeichnung der Bewegungsgrößen Weg und Verzögerung	11
B 10	Überschwingen des Meßsignals	11
B 11.1	Versuchsaufbau zur Registrierung der Eindringung bei kleinen Stoßmassen; Prinzipskizze des Versuchsaufbaus	11
B 11.2	Einzelteile	12
B 12	Blockschaltbild der Versuchsauswertung	14
B 13.1	Abhängigkeit des Zeitwertes t_{xE} von V	12
B 13.2	Darstellung des Auswanderns von t_{xE} und t_{xE} zu kleineren Werten bei Erhöhung der Auftreffgeschwindigkeit \dot{x}_0 ($m = \text{const.}$)	13
B 13.3	Bewegungsabschnitte des Druckelementes beim Abdruckvorgang unter den Voraussetzungen eines - im Vergleich zum Walzenmaterial - inkompressiblen Druckelementes und einer sich nicht durchbiegenden Druckwalze	13
B 14	Entstehen der ellipsenförmigen Hystereseschleife bei Materialdämpfung	15
B 15	Übergang vom Kontinuum zum diskreten Schwinger	15

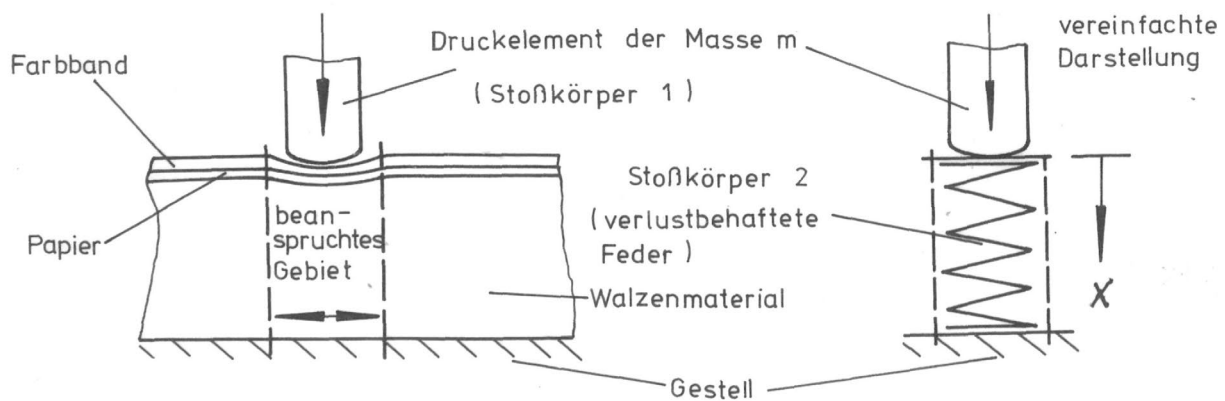
B 16.1	Dynamisches Kräftegleichgewicht der freien gedämpften Schwingung in komplexer Form	16
B 16.2	Komplexe Federsteifigkeit	16
B 17	Maxwell- und Kelvineinheit	17
B 18	Modelle zur Stoßerfassung	17
B 19	Bewegte Masse m^* des gestoßenen Körpers	17
B 20	Erweitertes Stoßmodell	17
B 21	Koppelplan für Dgl. (26)	18
B 22	Koppelplan für den Fall $m_0 \neq 0$ (ergänzend zu B 21)	19
B 23	Sinusgenerator $\ddot{y} = -\Omega^2 y$	19
B 24	Knickbildung in der Hystereseffunktion durch den Term $-\alpha_4 \eta \dot{\eta} \dot{\eta} $	20
B 25	Qualitativer Vergleich eigener Hystereseffkurven mit denen nach B l u m e /1/	21
B 26	Von Null verschiedener Anstieg der Hystereseffunktionen im Koordinatensprung	21
B 27	Auswirkung des Terms $-\alpha_3 \dot{\eta} \eta^2$ auf die Form der Hystereseffunktion	22
B 28.1	Variation von $\dot{\eta}_0$ in der Dgl. $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} \eta - \alpha_3 \dot{\eta} \eta^2 - \alpha_6 \eta \eta $	23
B 28.2	Variation von $\dot{\eta}_0$ in der Dgl. $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} \eta - \alpha_3 \dot{\eta} \eta^2 - \alpha_8 \eta^3$	24
B 29	Variation von m_0 in der Dgl. $m \ddot{\eta} = \frac{-\alpha_1 \eta \dot{\eta} - \alpha_3 \dot{\eta} \eta^2 - \alpha_8 \eta^3 - 2m_0 \eta \dot{\eta}^2}{1 + \frac{m_0}{m} \eta^2}$	25
B 30	Nachbildung der Zwangsschwingung Dgl. (28) am Analogrechner mit $a_2 = c_3 = 0$	26
B 31	Einfluß der Erregerfrequenz Ω auf Lage und Form der Hystereseffschleife Dgl. (28) mit $a_2 = c_3 = 0$	27
B 32	Lösung der Dgl. (29) mit $m_0 = c_3 = 0$; Variation von $\dot{\eta}_0$	28
B 33	Lösung der Dgl. (26.3) mit $m_0 = a_2 = c_2 = 0$; Variation von $\dot{\eta}_0$	29
B 34	Bestimmung der Dämpfungseigenschaften des Walzenmaterials bei harmonischer Erregung	30
B 35	Vektordarstellung der stationären Lösung von Glg. (43.1)	30
B 36	Hystereseffschleife $F(q)$ bei harmonischer Erregung	30

B 37	Dämpfungsprüfmaschine (Skizze abgeändert aus /28/)	31
B 38.1	Fallversuch; Registrierung der freien Schwingung	31
B 38.2	Umbau zur Bestimmung der Newtonschen Stoßzahl ϵ	31
B 39	Energien beim Stoß eines inkompressiblen Körpers der Masse m auf einen fixen teilelastischen Körper	32
B 40	Elliptische Hystereseschleife bei harmonischer Erregung im Vergleich mit der Hystereseffunktion beim Stoß	33
B 41	Ermittlung der Federkennlinie $R(x)$ aus den Hystereseffunktionen bei verschiedenen Werten \dot{x}_0	33
B 42	Darstellung der Dgl. $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} \eta - \alpha_6 \eta \eta;$ Variation von $\dot{\eta}_0$	34
B 43	Darstellung der Dgl. $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} \eta - \alpha_6 \eta \eta;$ Variation von α_1	35
B 44	Darstellung der Dgl. $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} \eta - \alpha_6 \eta \eta;$ Variation von α_6	36
B 45	Drückende Kontrasterzeugung; Prinzip "Nadelwalze"	37
B 46	Nadelband	37
B 47	Geometrische Parameter eines trilaminaren Biegestreifens (Parallelschaltung) und Ansicht eines Biegestreifens (ohne Einspannung)	38
B 48	Antwort $v_L(t)$ des Biegesystems auf den idealen Belastungssprung; Erklärung der Bewegungsgrößen	38
B 49	Willkürlich gewähltes Beispiel einer Funktion $v_L(t)$, aufgenommen mit einem Speicheroszillografen	39
B 50	Biegestreifen mit Blende	39
B 51	Anordnung von Meßtubus und Biegestreifen	40
B 52	Erregung des Biegestreifens mit Wendepolschalter und Eichung mittels Mikrometerschraube	40
B 53	Begrenzung des Streifens entsprechend der Funktion $v_\mu(t)$	40
B 54	Schattenriß zur Aufnahme der statischen Biegelinie $\bar{v}(\mu)$	40

B 55	Skizze zur Ableitung der genäherten Bewegungs- dgl. für den Biegestreifen	41
B 56	Verlauf der Funktionen $\dot{v}_{I_{\max}}(L)$, $\dot{v}_{I_{\max}}(B)$ und $\dot{v}_{I_{\max}}(S_3)$	42
B 57	Prinzipielle Anwendungsmöglichkeiten von Piezo- Biegestreifen in der Drucktechnik	43

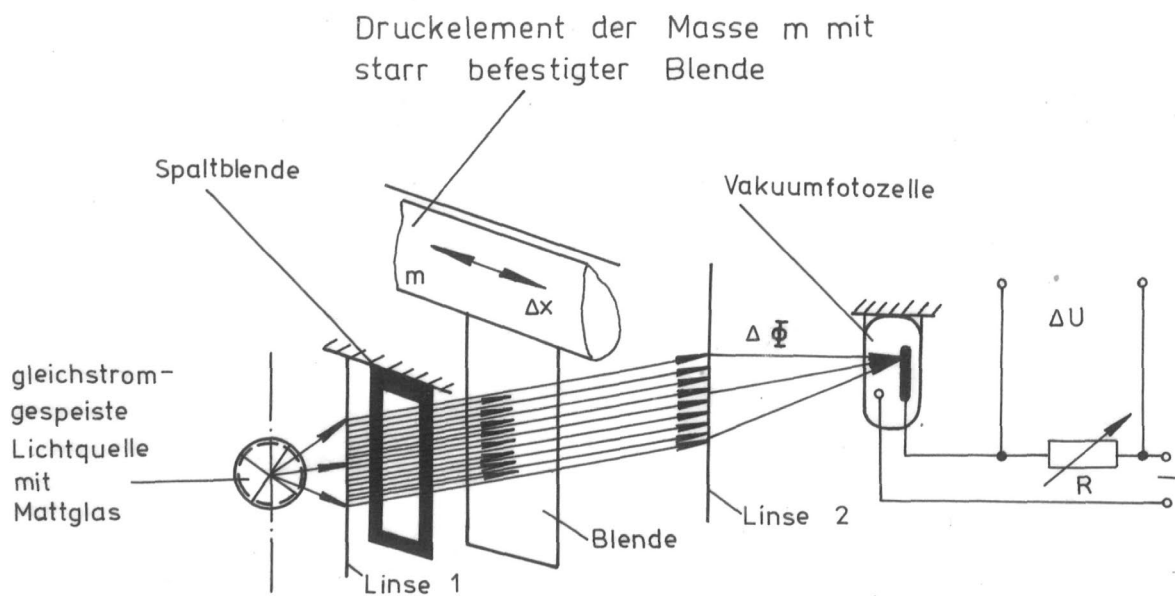
1.2. Bilder

B 1 bis B 57



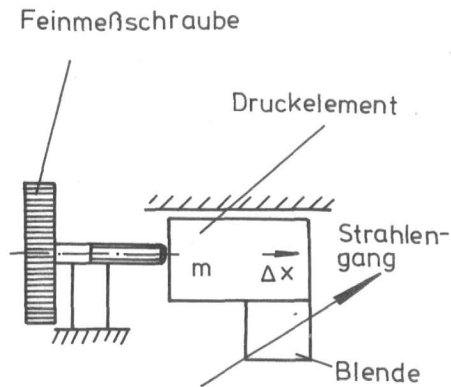
B 1

Schlagende Kontrasterzeugung durch ein Druckelement - Stoß eines massearmen inkompressiblen Körpers gegen eine feste teilelastische Wand

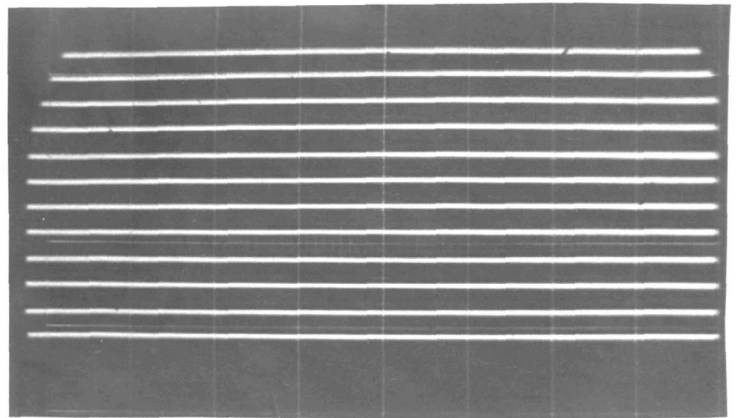


B 2

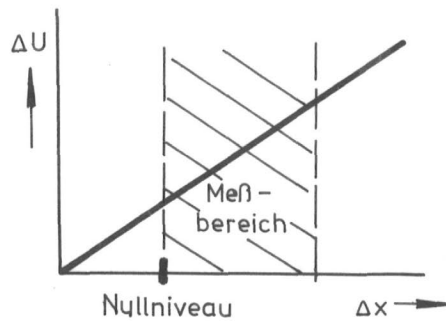
Fotoelektrisches Prinzip der Wegmessung



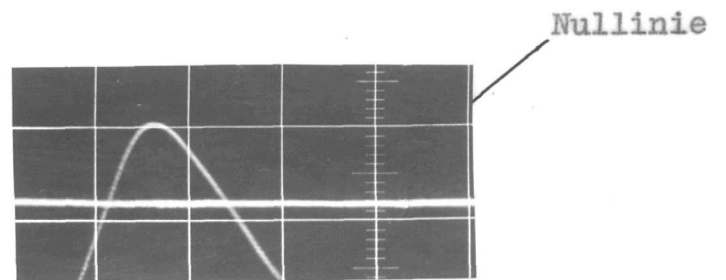
Eicheinrichtung (Prinzip)



Eichlinienaufnahme



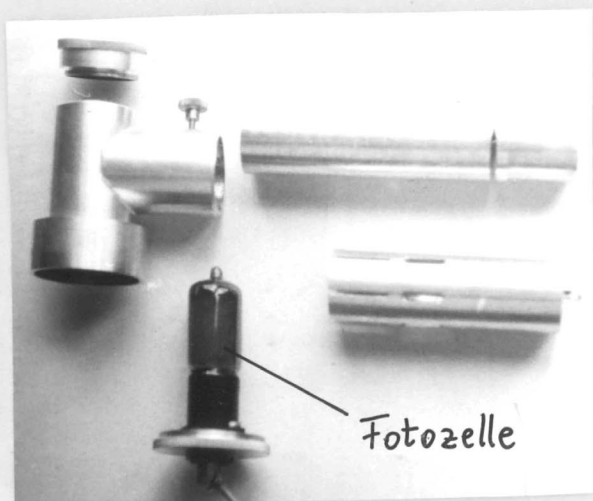
Lineare Eichfunktion in beide Richtungen über den zu erwartenden Meßbereich hinausgehend



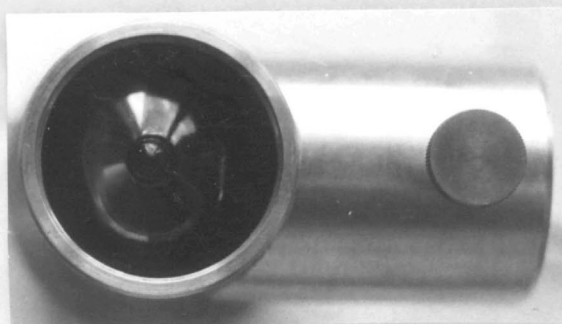
gemessene $x(t)$ - Funktion mit Nulllinie

B 3

Eicheinrichtung; Eichlinien auf dem Oszillografen;
Eichfunktion und Beispiel einer gemessenen $x(t)$ -Abhängigkeit



Einzelteile des Tubus



Fotozellenteil

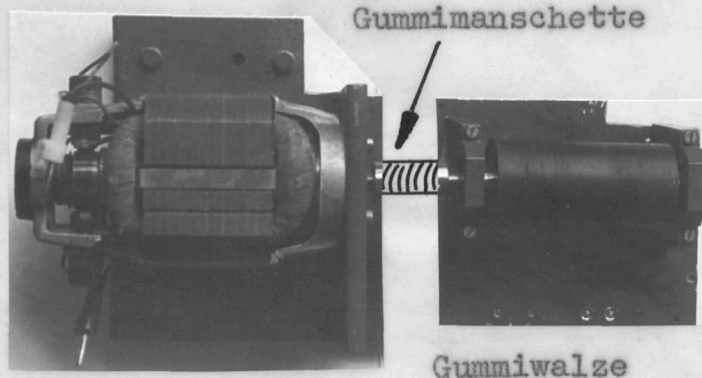


Zusammengesetzter
Tubus

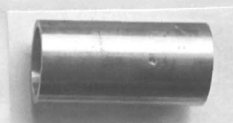
B 4

Gehäuse der Meßeinrichtung

Motor



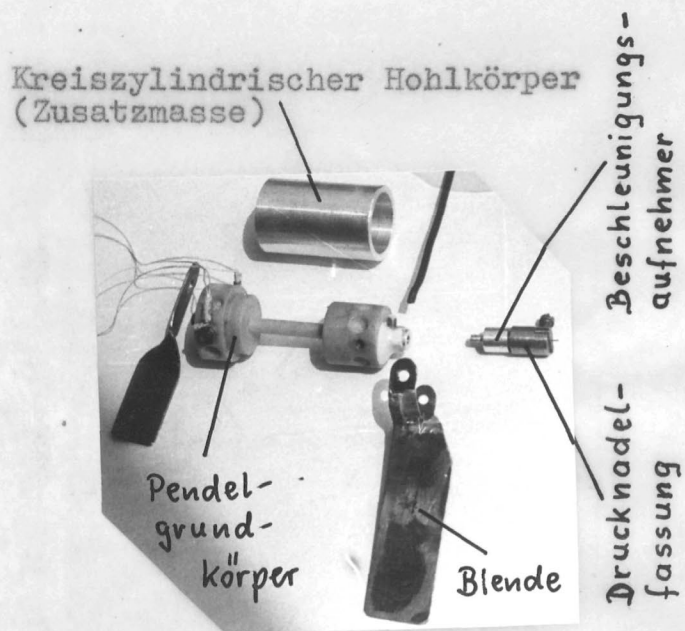
Gummiwalze



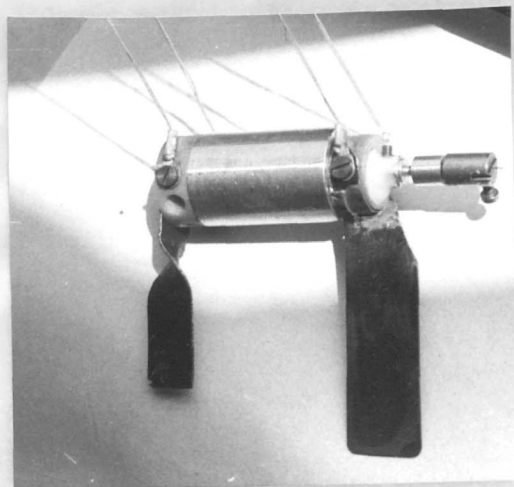
austauschbare
Aluminiumwalze

B 5

Walzenlagerung mit Antriebsmotor



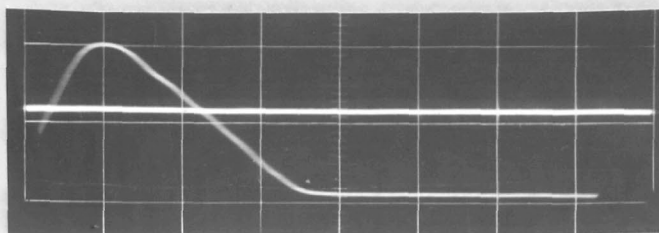
Einzelteile



montiertes Pendel

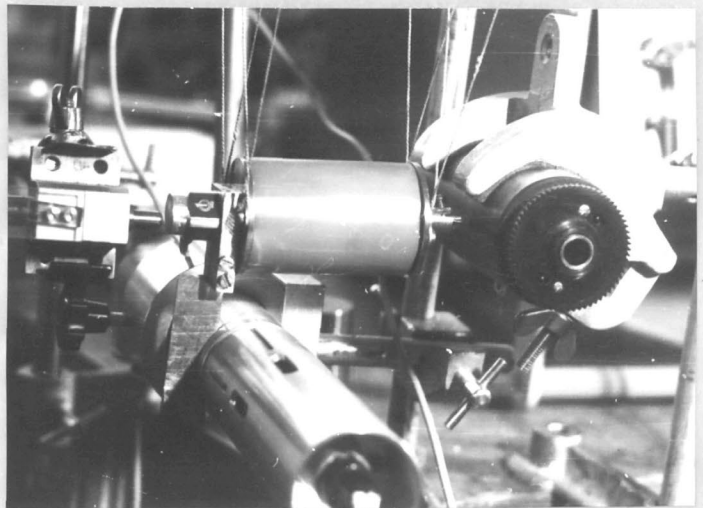
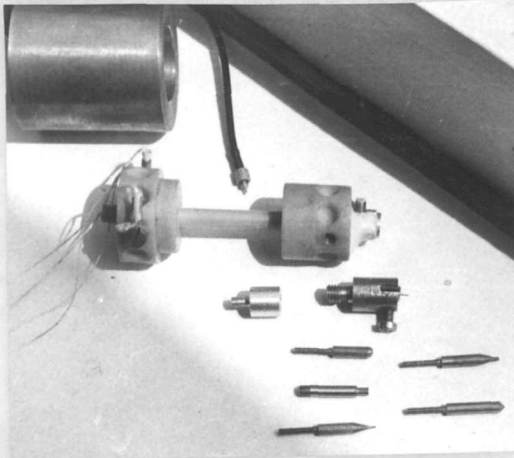
B 6

Pendelgrundkörper mit Zusatzmasse, Blende, Beschleunigungsaufnehmer und Drucknadelfassung



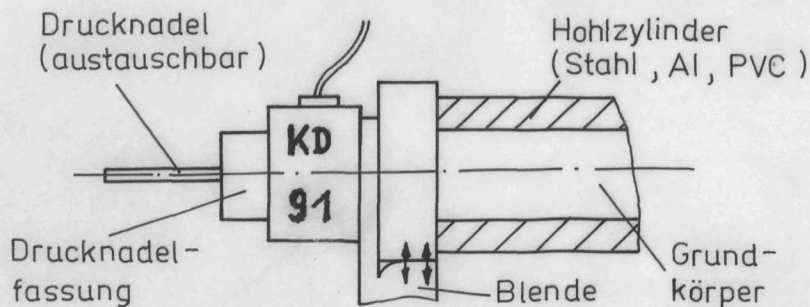
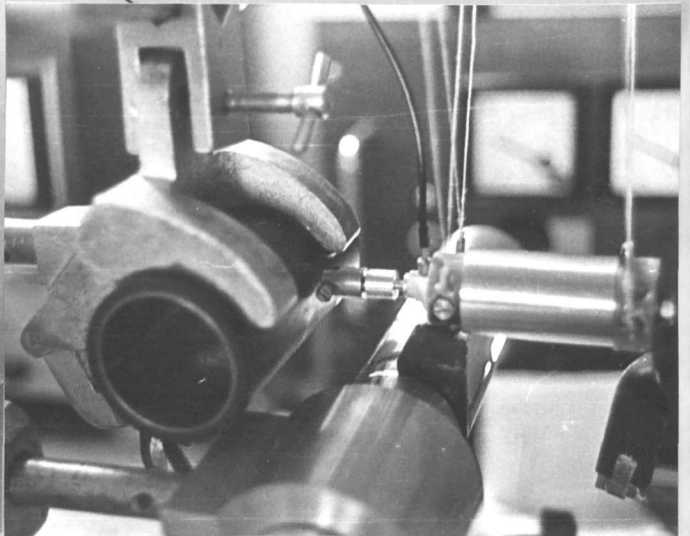
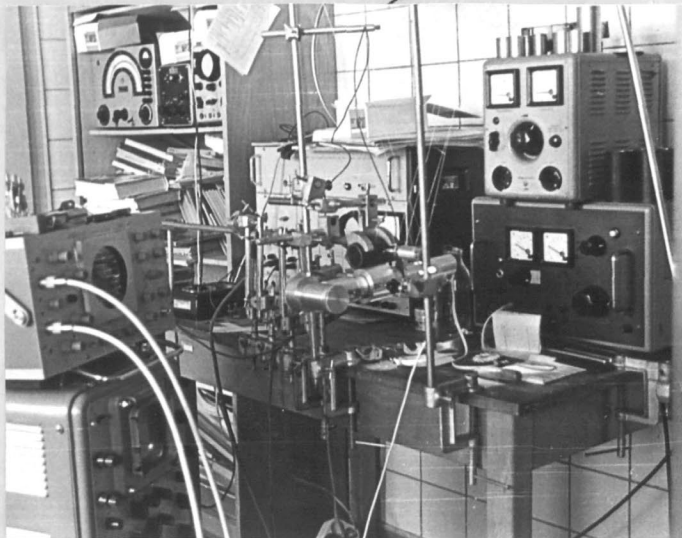
B 7

Störung des Weg-Zeit-Verlaufes durch die reflektierte Stoßwelle



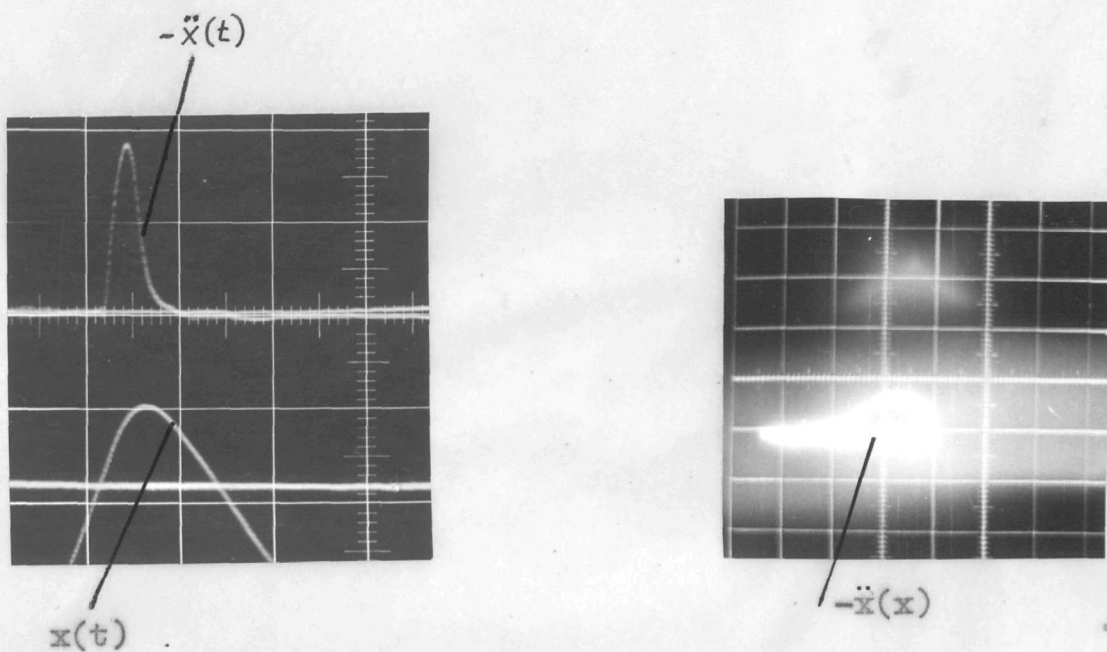
Verschiedene auswechselbare
Drucknadeln aus Stahl mit
Pendelkörper

Versuchsstand



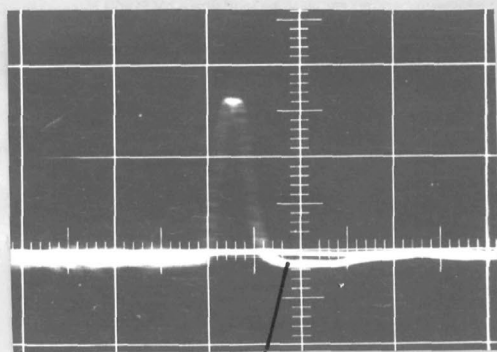
B 8

Feste Anlage der Blende am Grundkörper durch leichtes
Verspannen; Versuchsstand; Drucknadeln



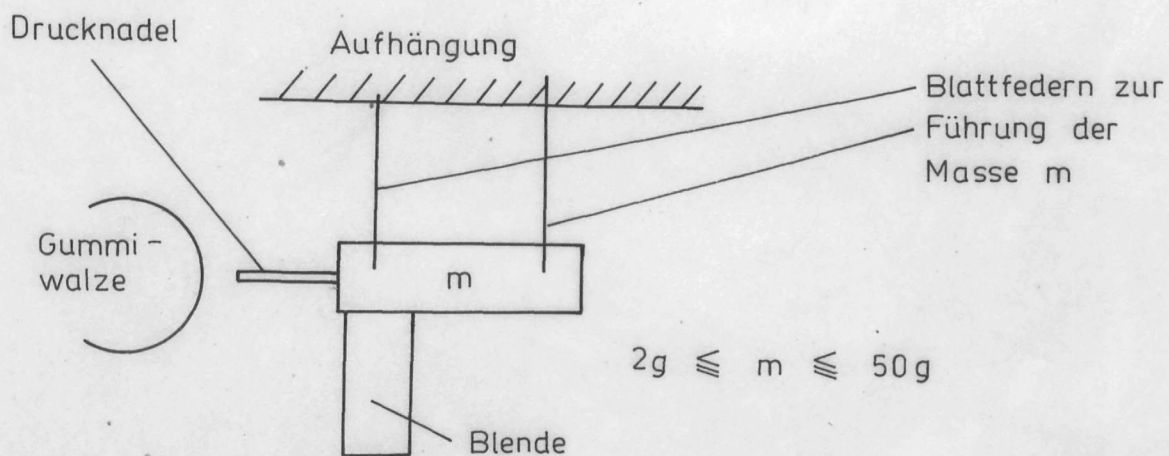
B 9

Aufzeichnung der Bewegungsgrößen Weg und Verzögerung



B 10

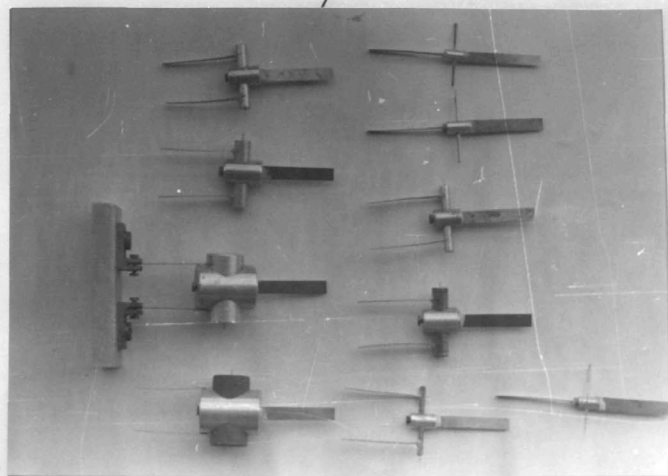
Überschwingen des Meßsignals



B 11.1

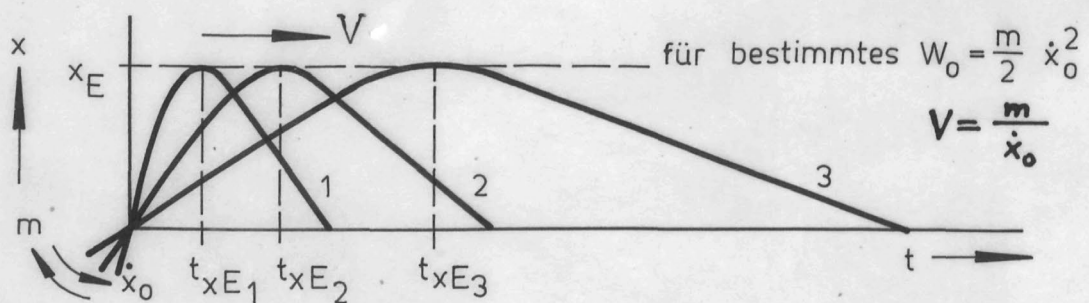
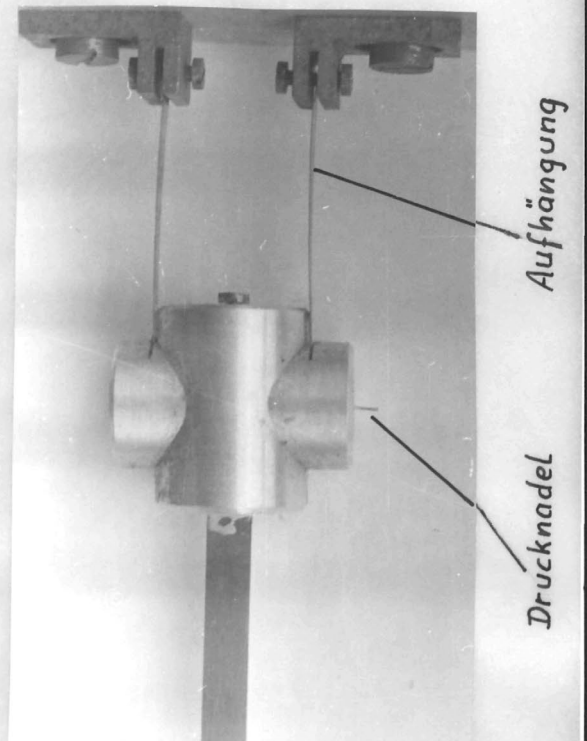
Versuchsaufbau zur Registrierung der Eindringung bei kleinen Stoßmassen; Prinzipskizze des Versuchsaufbaus

verschieden große Stoßmassen



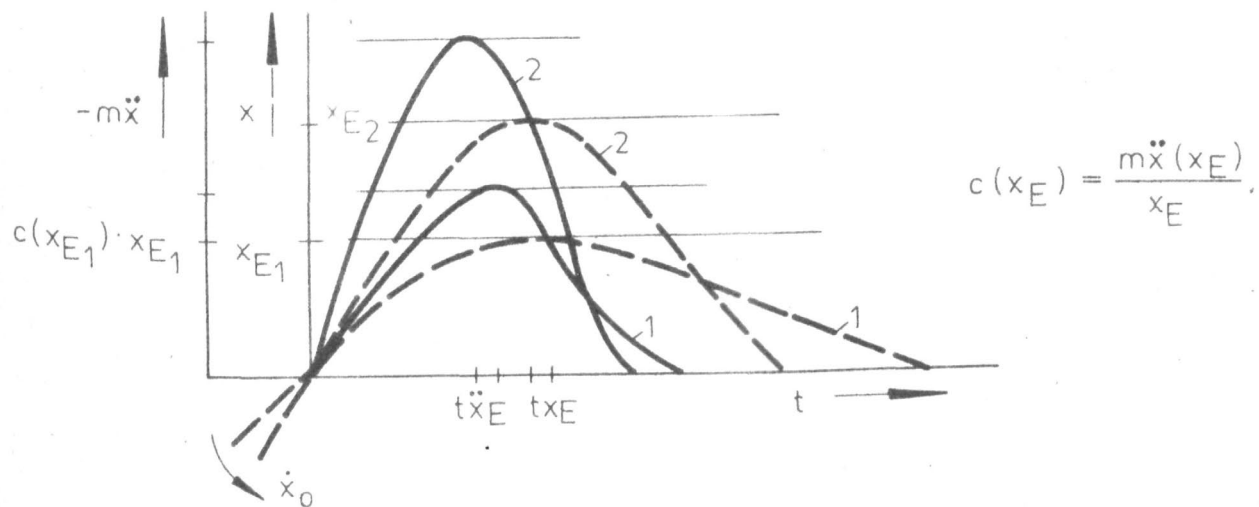
B 11.2

Einzelteile



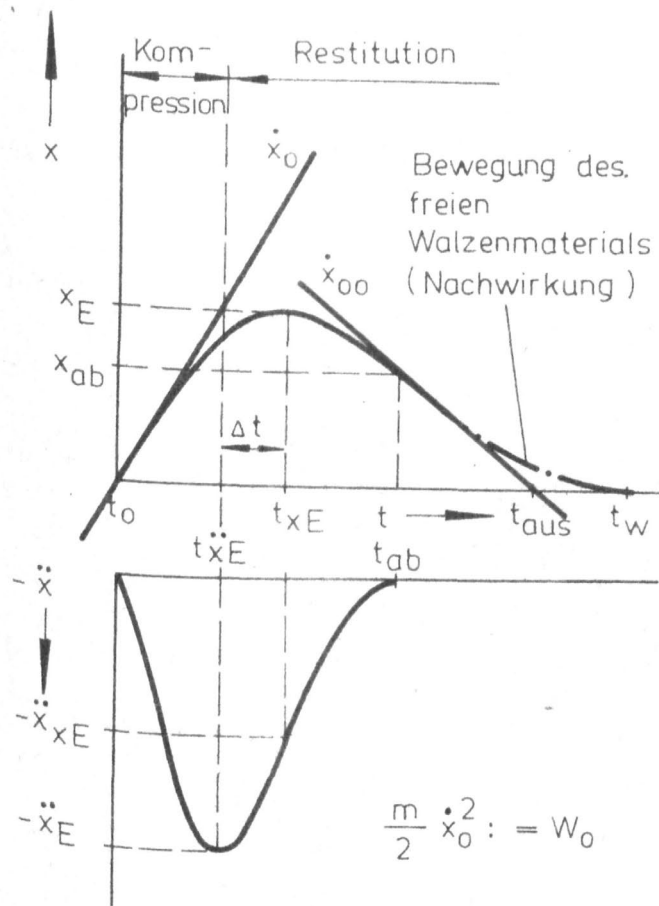
B 13.1

Abhängigkeit des Zeitwertes t_{xE} von V



B 13.2

Darstellung des Auswanderns von $t_{\ddot{x}E}$ und t_{xE} zu kleineren Werten bei Erhöhung der Auftreffgeschwindigkeit \dot{x}_0 ($m = \text{const.}$)



$t_{\ddot{x}E} - t_0 = \text{Kompressionsdauer}$

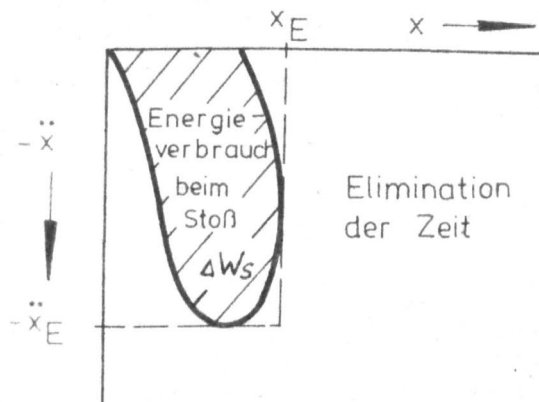
$t_{ab} - t_{\ddot{x}E} = \text{Restitution}$

$t_w = \text{Zeitpunkt des Endes der Nachwirkung des Walzenmaterials}$

$t_{aus} = \text{Zeitpunkt des Austritts des inkompressiblen stoßenden Körpers aus dem Volumenbereich des gestoßenen Körpers}$

$\dot{x}_0 = \text{Auftreffgeschwindigkeit des stoßenden Körpers}$

$\dot{x}_{00} = \text{Ablösegeschwindigkeit des stoßenden Körpers}$



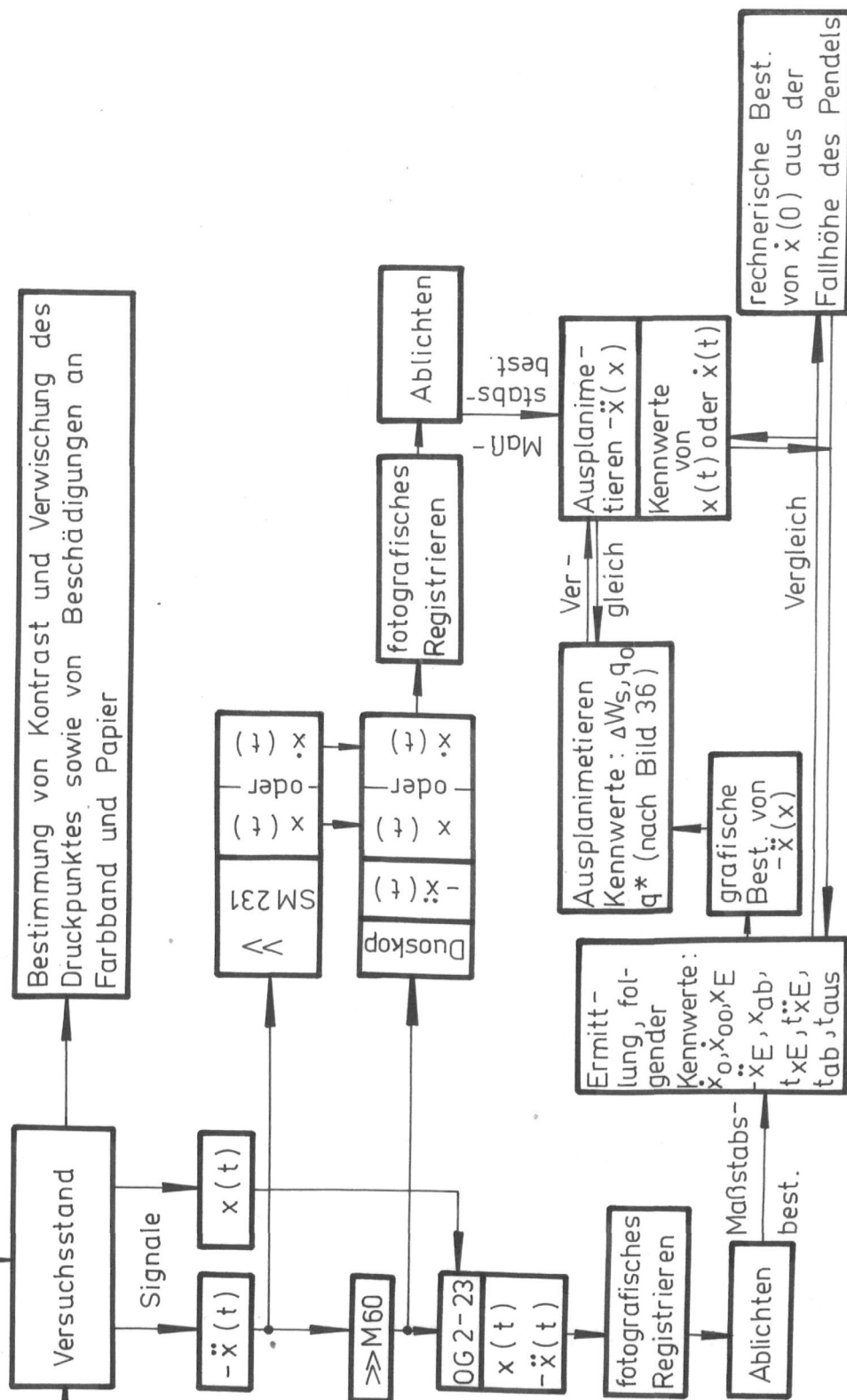
B 13.3

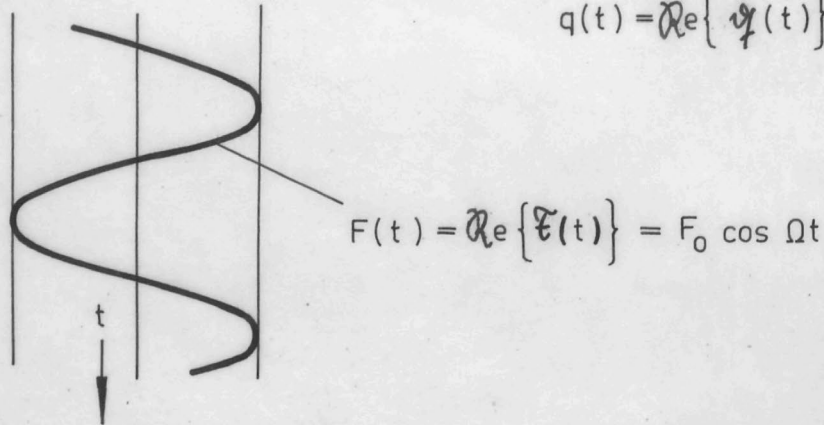
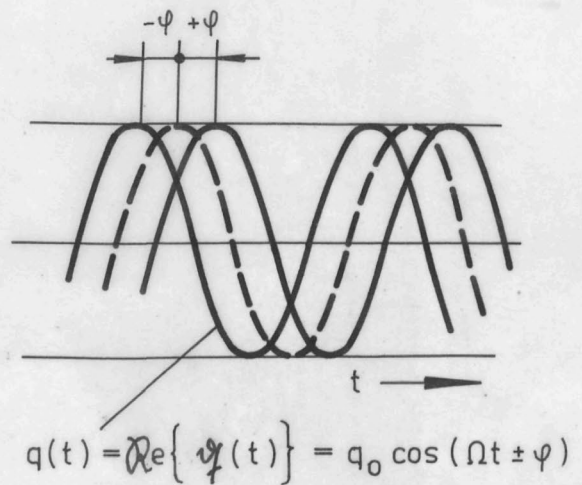
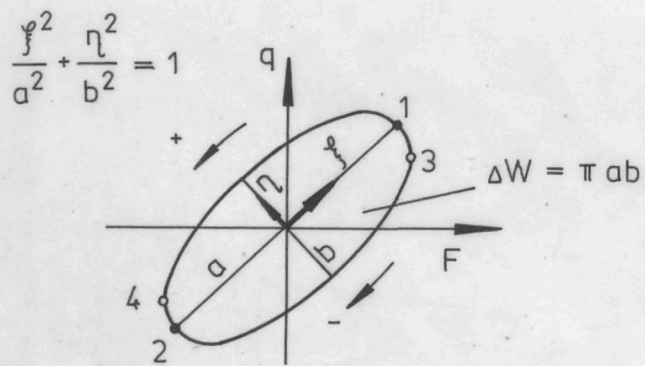
Bewegungsabschnitte des Druckelementes beim Abdruckvorgang unter den Voraussetzungen eines - im Vergleich zum Walzenmaterial - inkompressiblen Druckelementes und einer sich nicht durchbiegenden Druckwalze

m , Farbbandsorte und -qualität, Papiersorte, d , v_r , $\dot{x}(0) \equiv v_0$
 Anzahl Lagen ($\Delta \geq 0$, $\Delta = 1$: Original)
 Form des Druckelementes (Bild 8), Walzenmaterial

Vorgabe folgender Parameter:

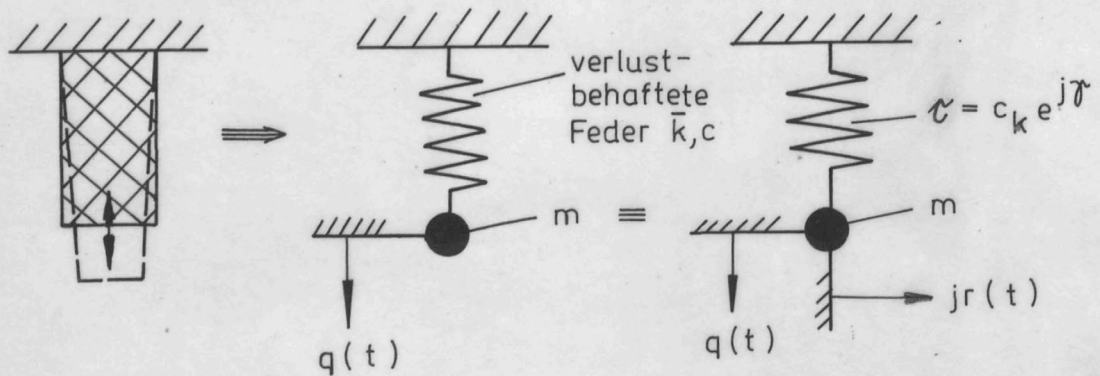
möglichst
 konstante Ver-
 suchsbedingungen
 (Speisespannung,
 Temperatur, kein
 Fremdlicht, keine
 Störschwingungen)





B 14

Entstehen der ellipsenförmigen Hystereseschleife bei Materialdämpfung

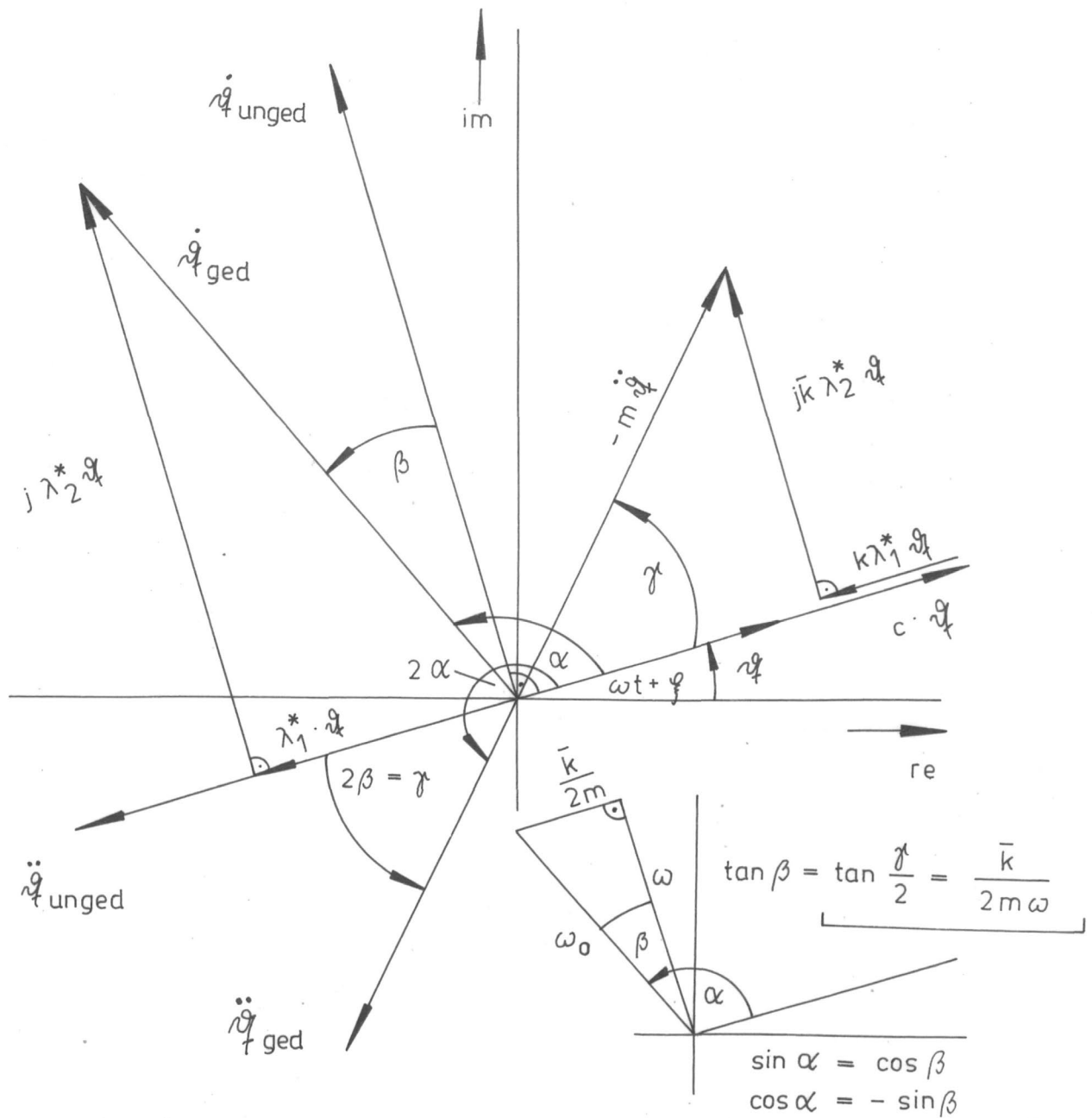


B 15.1 $m\ddot{q} + \bar{k}\dot{q} + cq = 0$

B 15.2 $m\ddot{q} + \tau\dot{q} = 0$

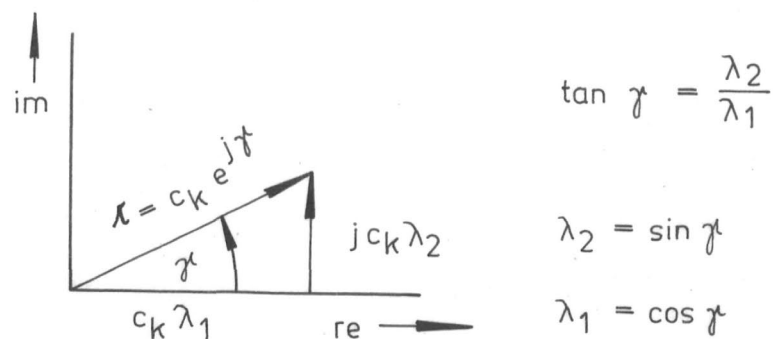
B 15

Übergang vom Kontinuum zum diskreten Schwinger



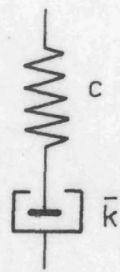
B 16.1

Dynamisches Kräftegleichgewicht der freien gedämpften Schwingung in komplexer Form

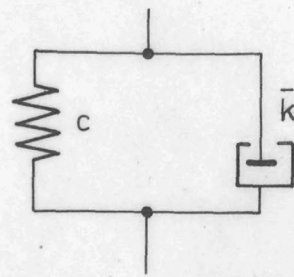


B 16.2

Komplexe Federsteifigkeit

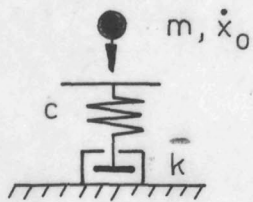


Maxwell-Einheit

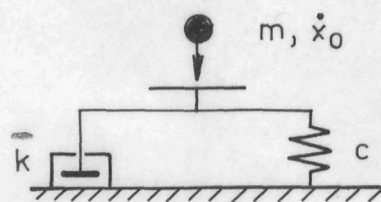


Kelvin-Einheit

B 17



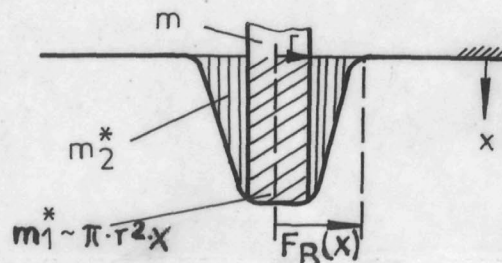
Maxwell



Kelvin

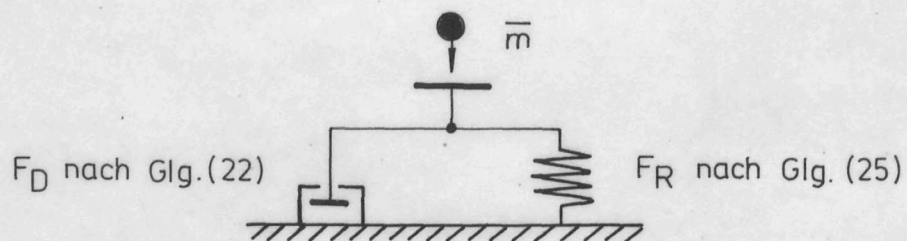
B 18

Modelle zur Stoßfassung



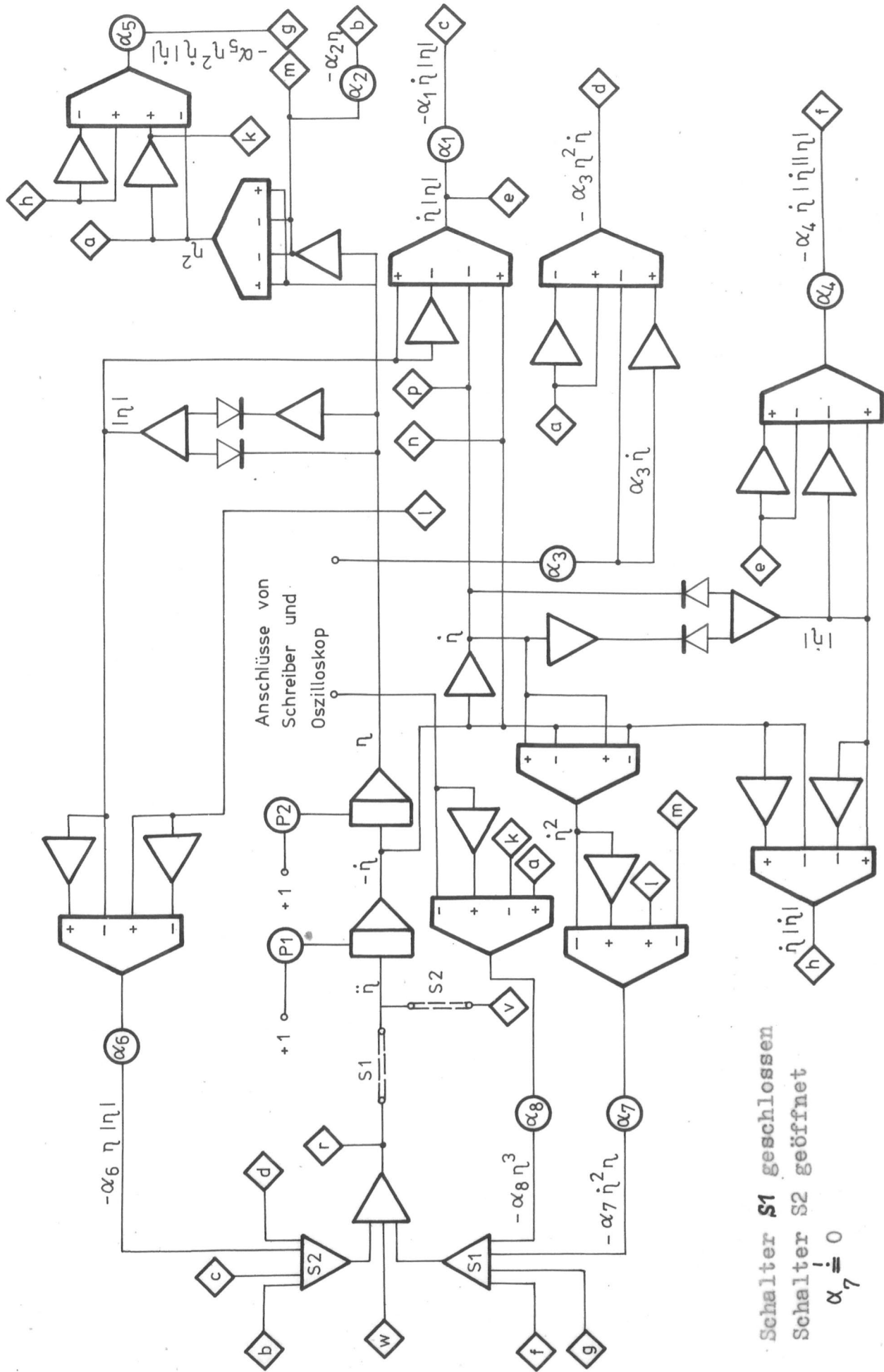
B 19

Bewegte Masse m^* des gestoßenen Körpers

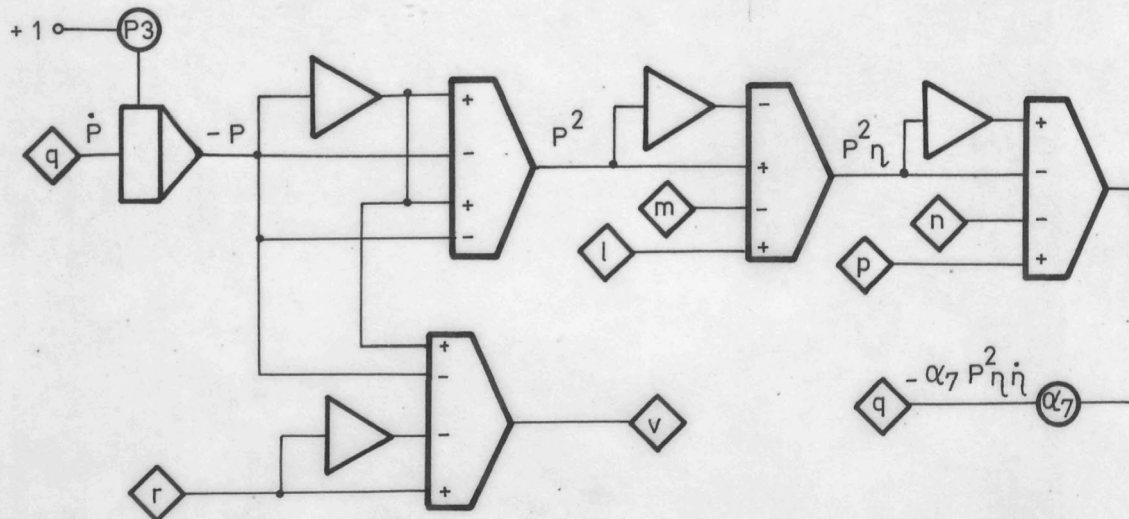


B 20

Erweitertes Stoßmodell



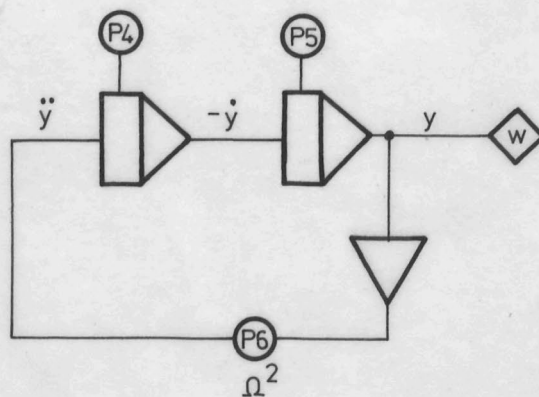
Schalter $S1$ geschlossen
 Schalter $S2$ geöffnet
 $\alpha_7 \doteq 0$



Schalter S 1 geöffnet
Schalter S 2 geschlossen
(siehe B 21)

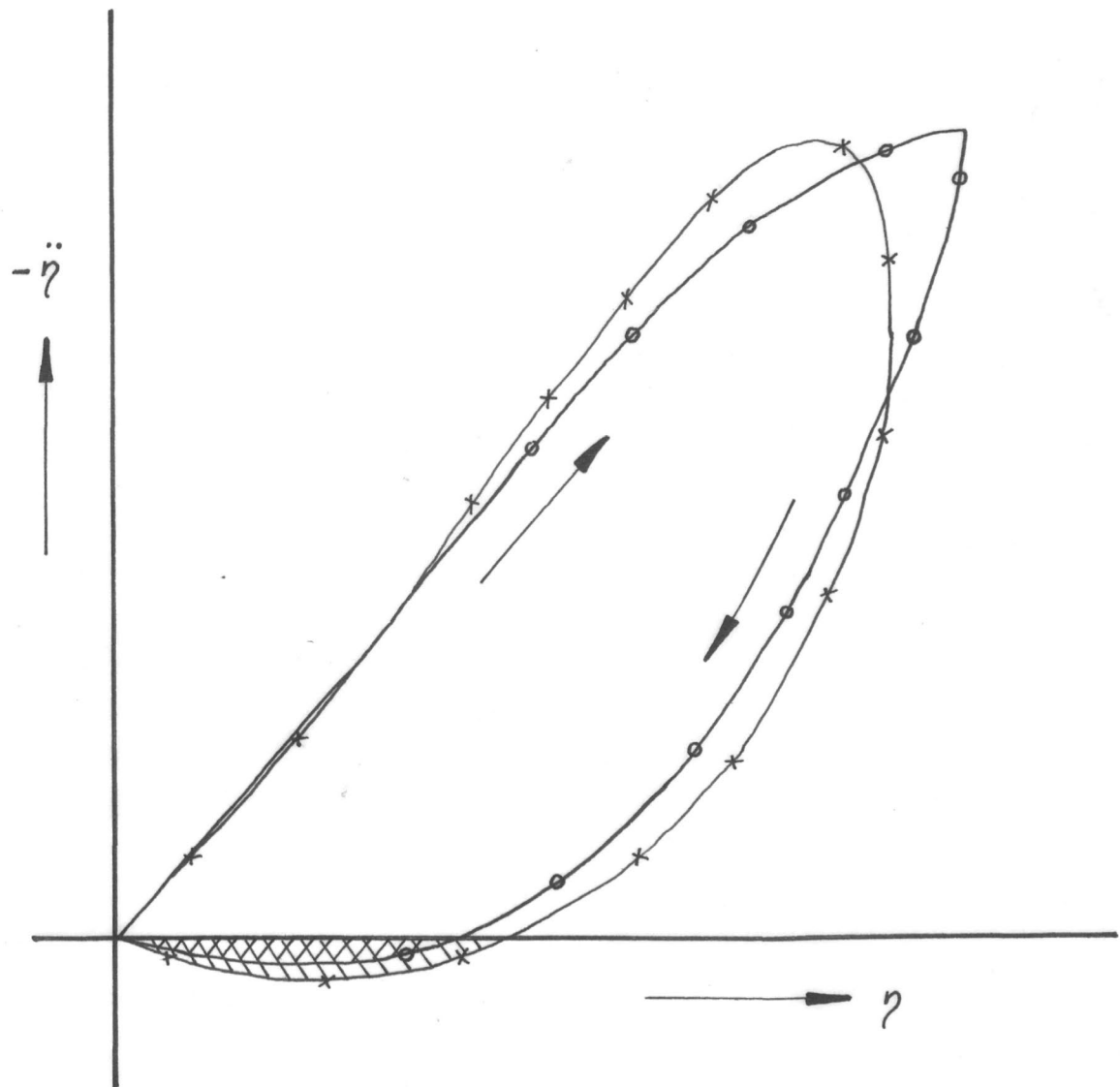
B 22

Koppelplan für den Fall $m_0 \neq 0$



B 23

Sinusgenerator $\ddot{y} = - \Omega^2 y$

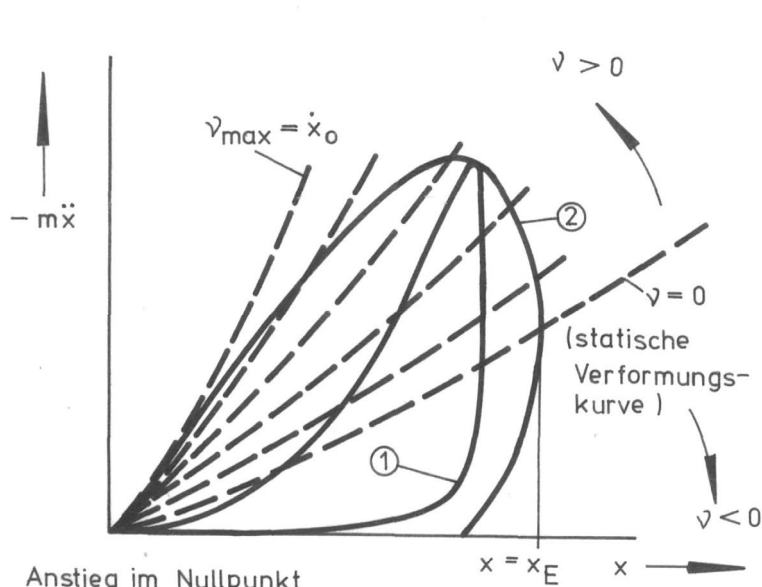


B 24

Knickbildung in der Hystereseffunktion
durch den Term $-\alpha_4 |\eta| |\dot{\eta}| \dot{\eta}$

$$xxx \quad \ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_6 |\eta| \eta$$

$$ooo \quad \ddot{\eta} = -\alpha_4 |\eta| |\dot{\eta}| \dot{\eta} - \alpha_6 |\eta| \eta$$



- ① aus /1/
- ② eigene Messungen

Isoklinen nach

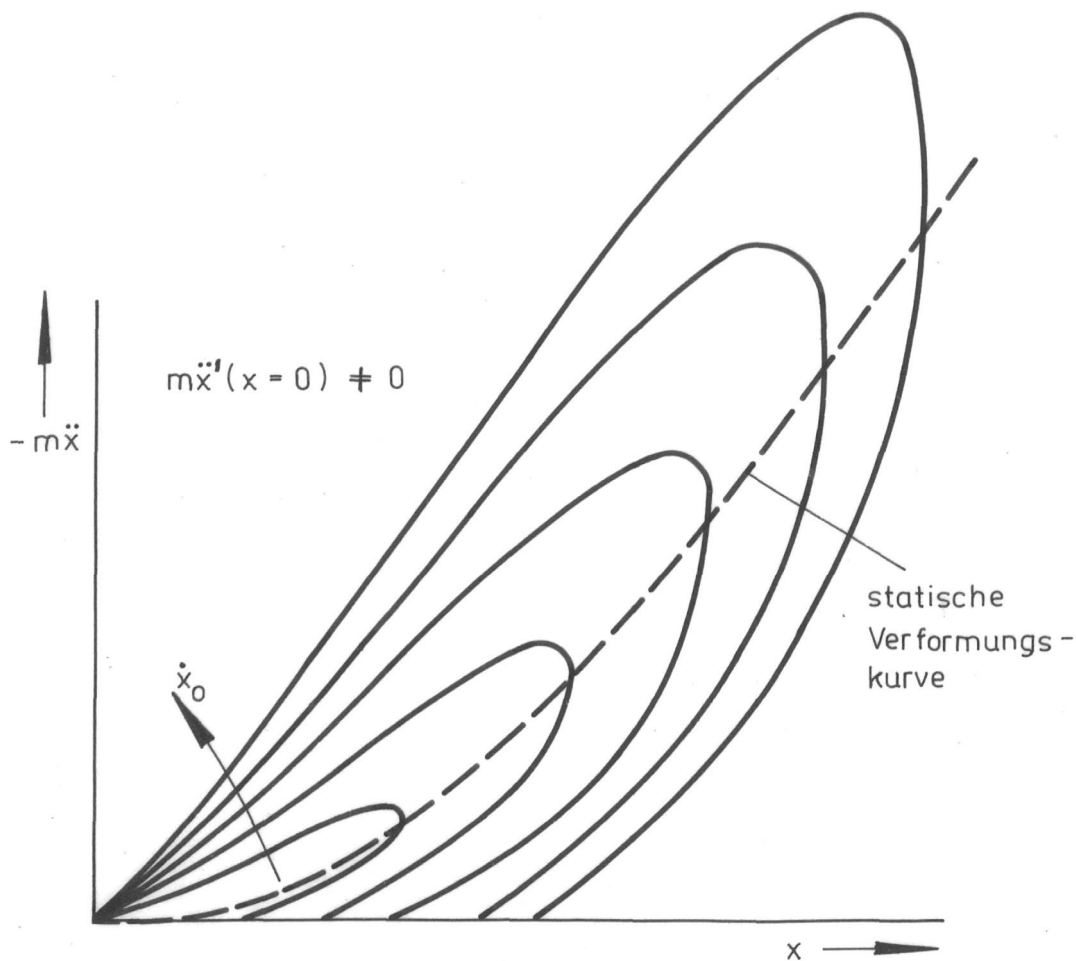
Glg. (26)

(Polynom dritten Grades)

$$\dot{x} := v$$

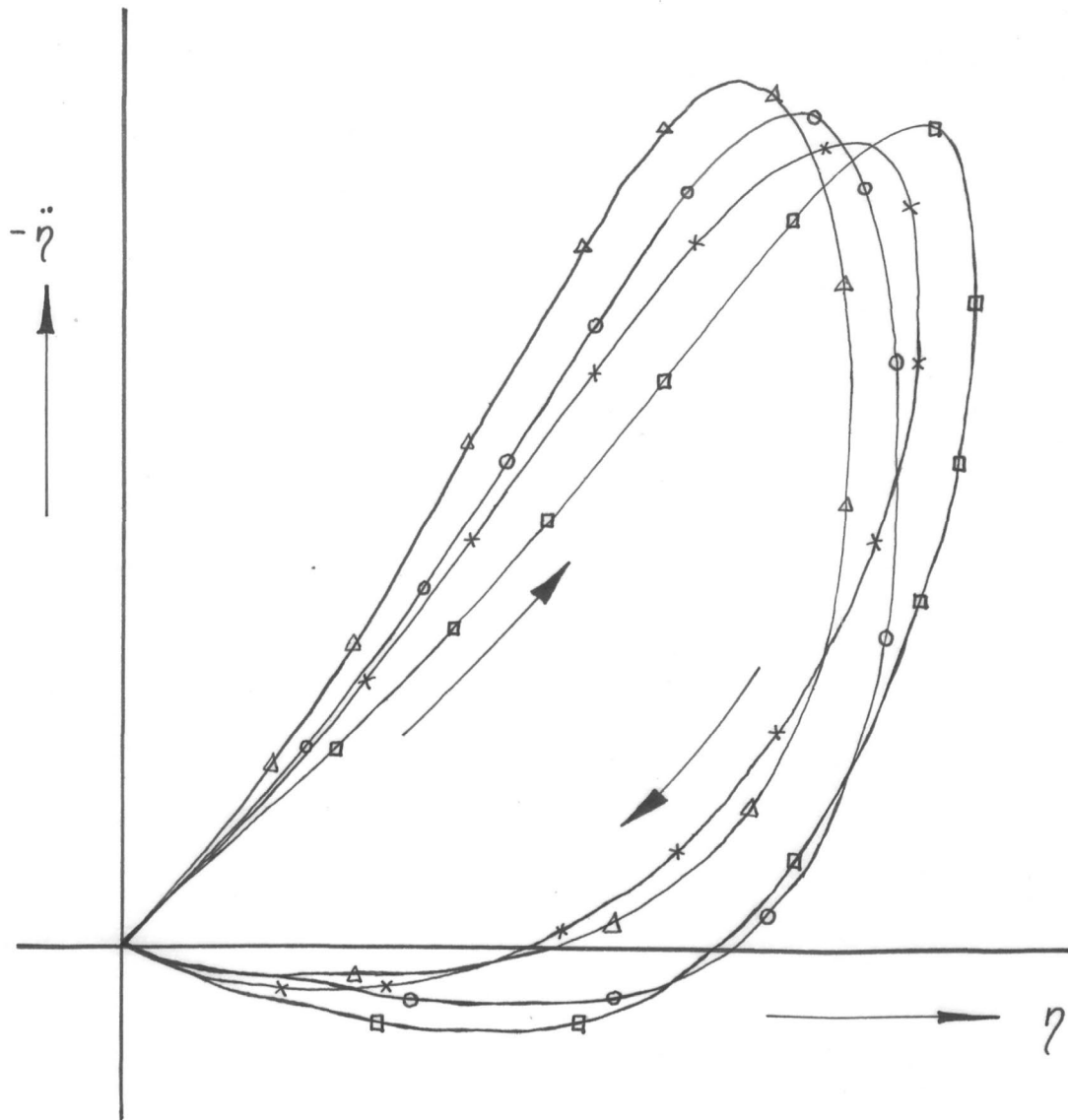
B 25

Qualitativer Vergleich eigener Hysteresekurven mit denen nach B l u m e /1/



B 26

Von Null verschiedener Anstieg der HystereseFunktionen im Koordinatenursprung



B 27

Auswirkung des Terms $-\alpha_3 \dot{\eta}^2$ auf die Form der Hysterese Funktion

x x x

$$\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta|$$

$$-\alpha_6 |\eta| \eta$$

□ □ □

$$\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta|$$

$$-\alpha_8 \eta^3$$

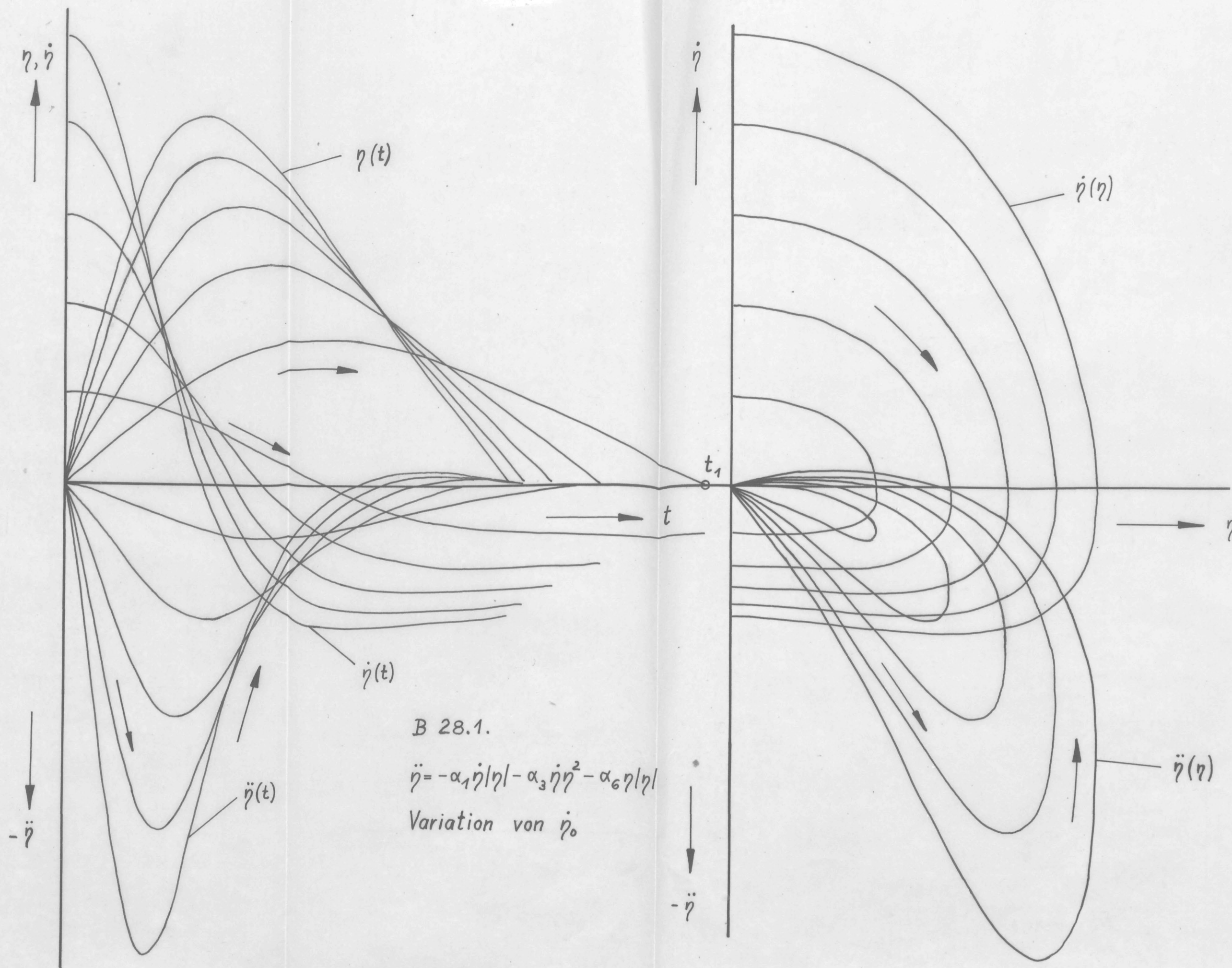
Δ Δ Δ

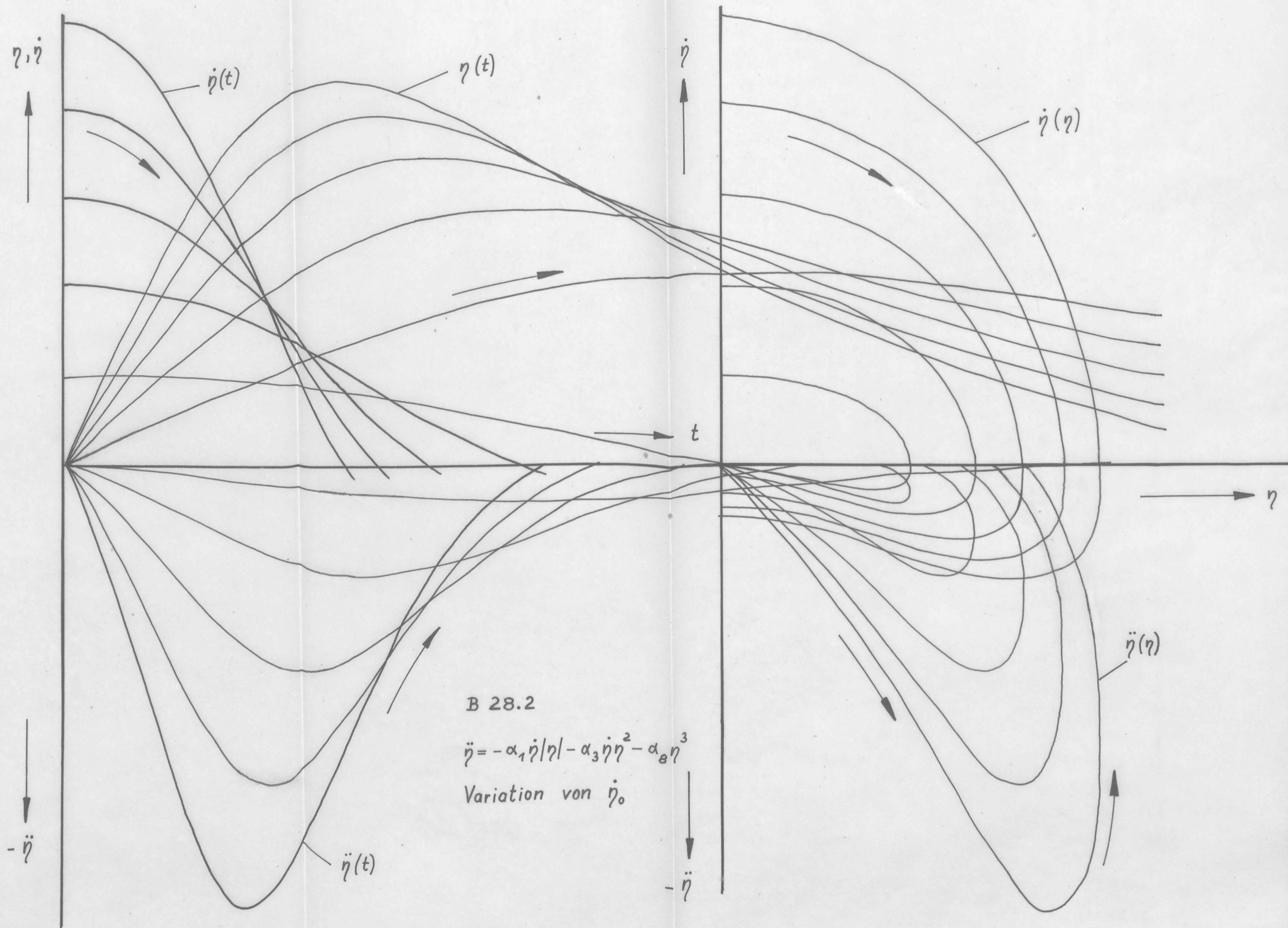
$$\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_3 \dot{\eta} \eta^2 - \alpha_6 |\eta| \eta$$

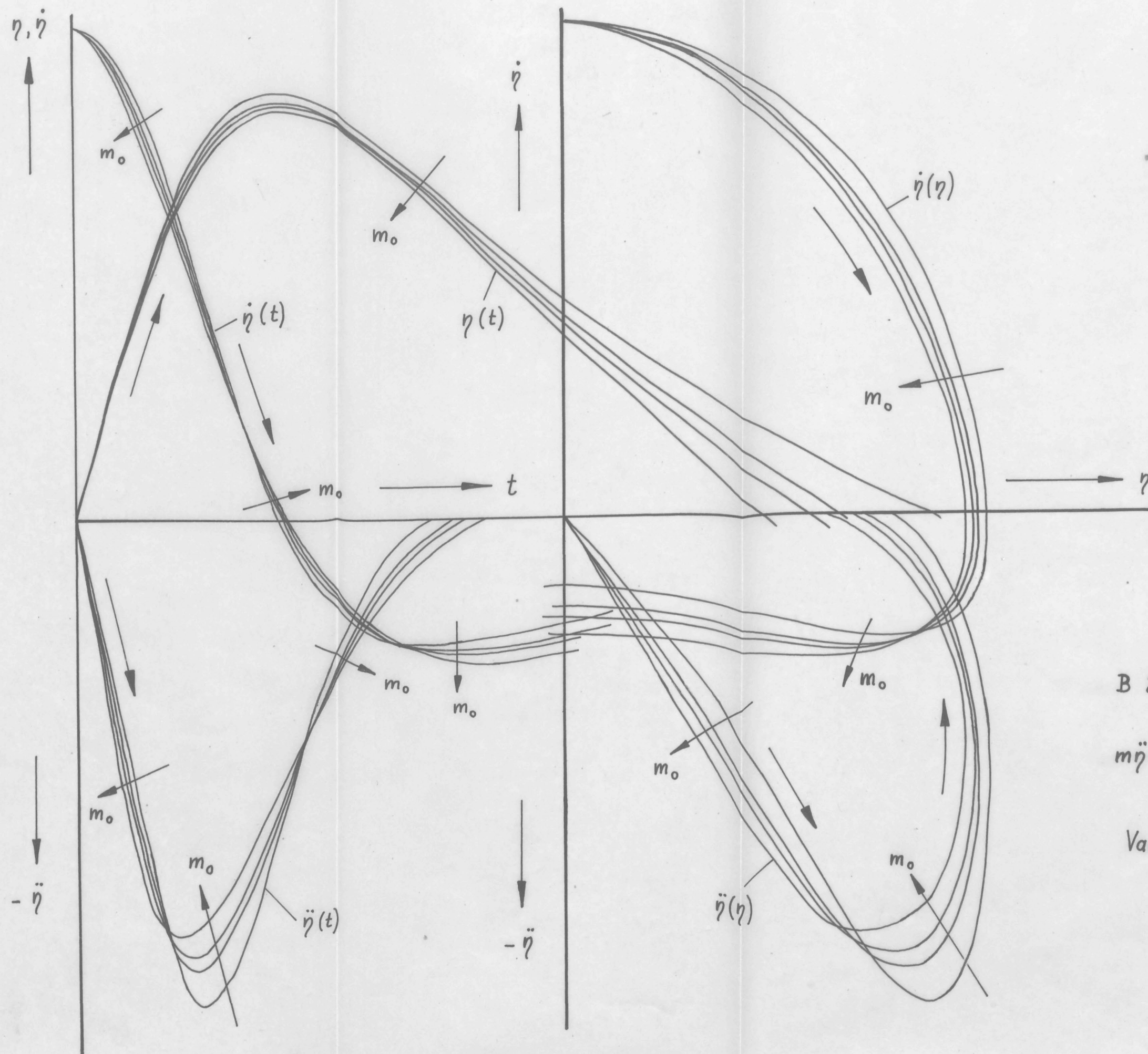
○ ○ ○

$$\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_3 \dot{\eta} \eta^2$$

$$-\alpha_8 \eta^3$$



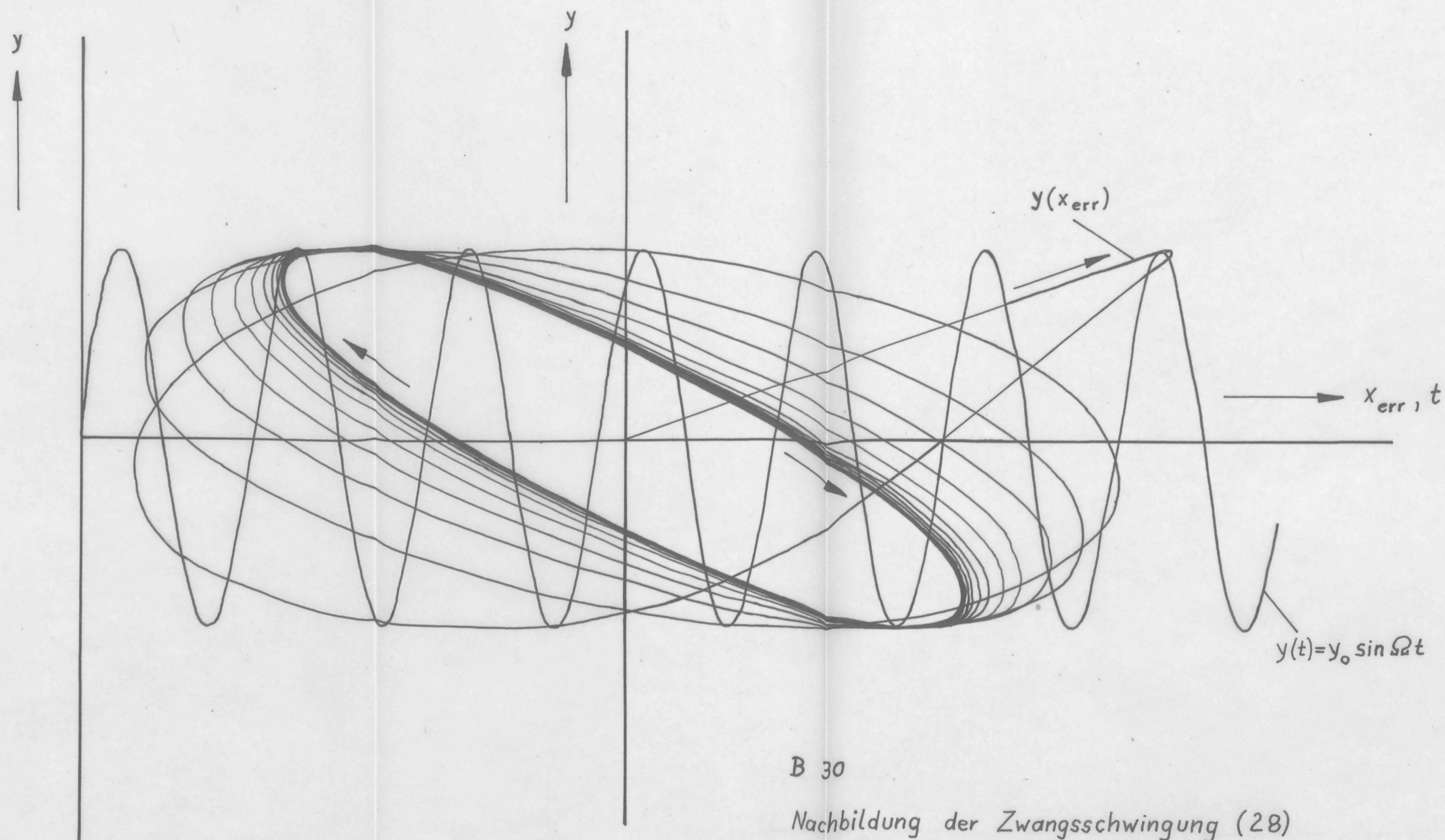




B 29

$$m\ddot{\eta} = \frac{-\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_3 \dot{\eta}^2 - \alpha_8 \eta^3 - 2m_0 \eta \dot{\eta}^2}{1 + \frac{m_0}{m} \eta^2}$$

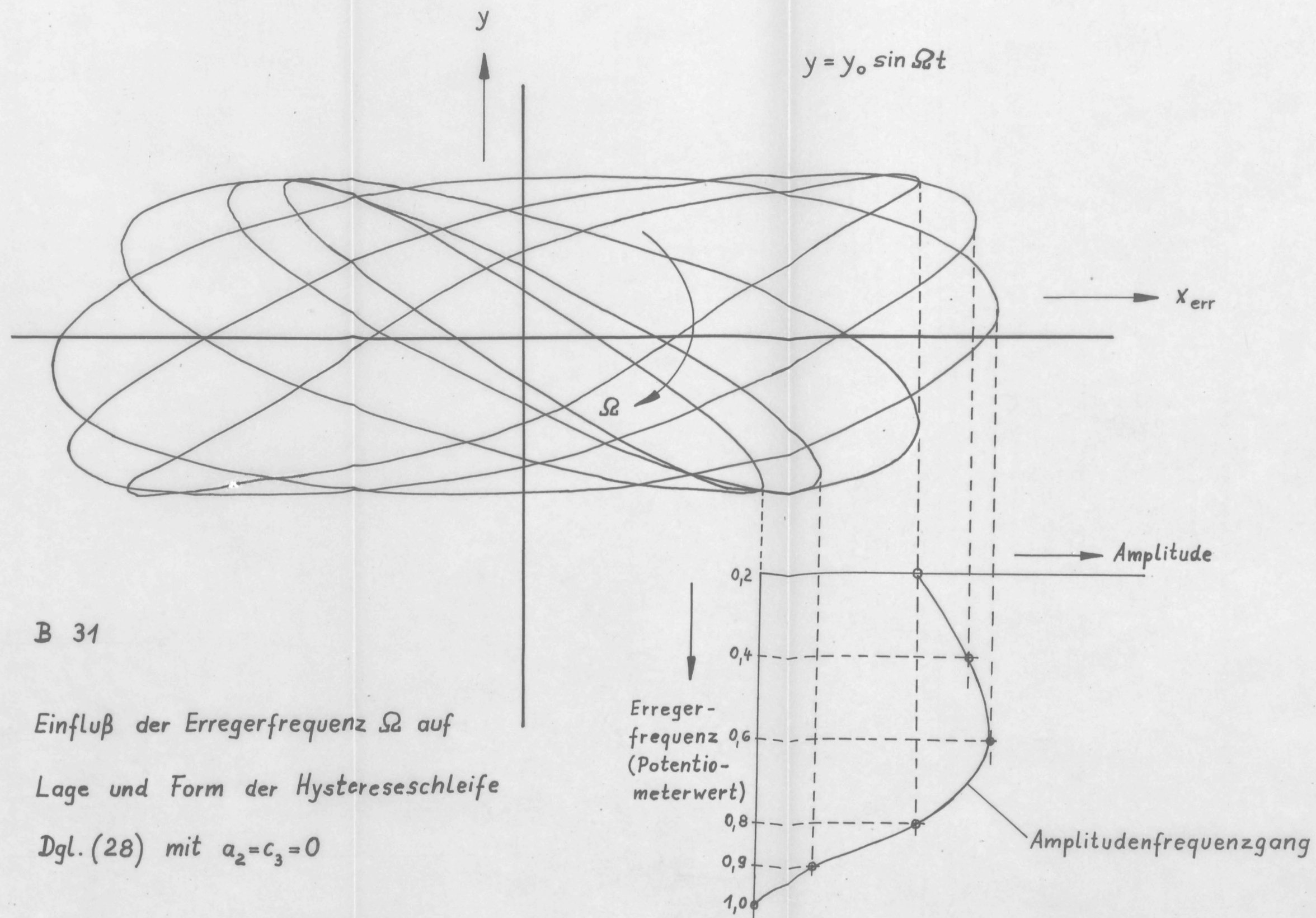
Variation von m_0



B 30

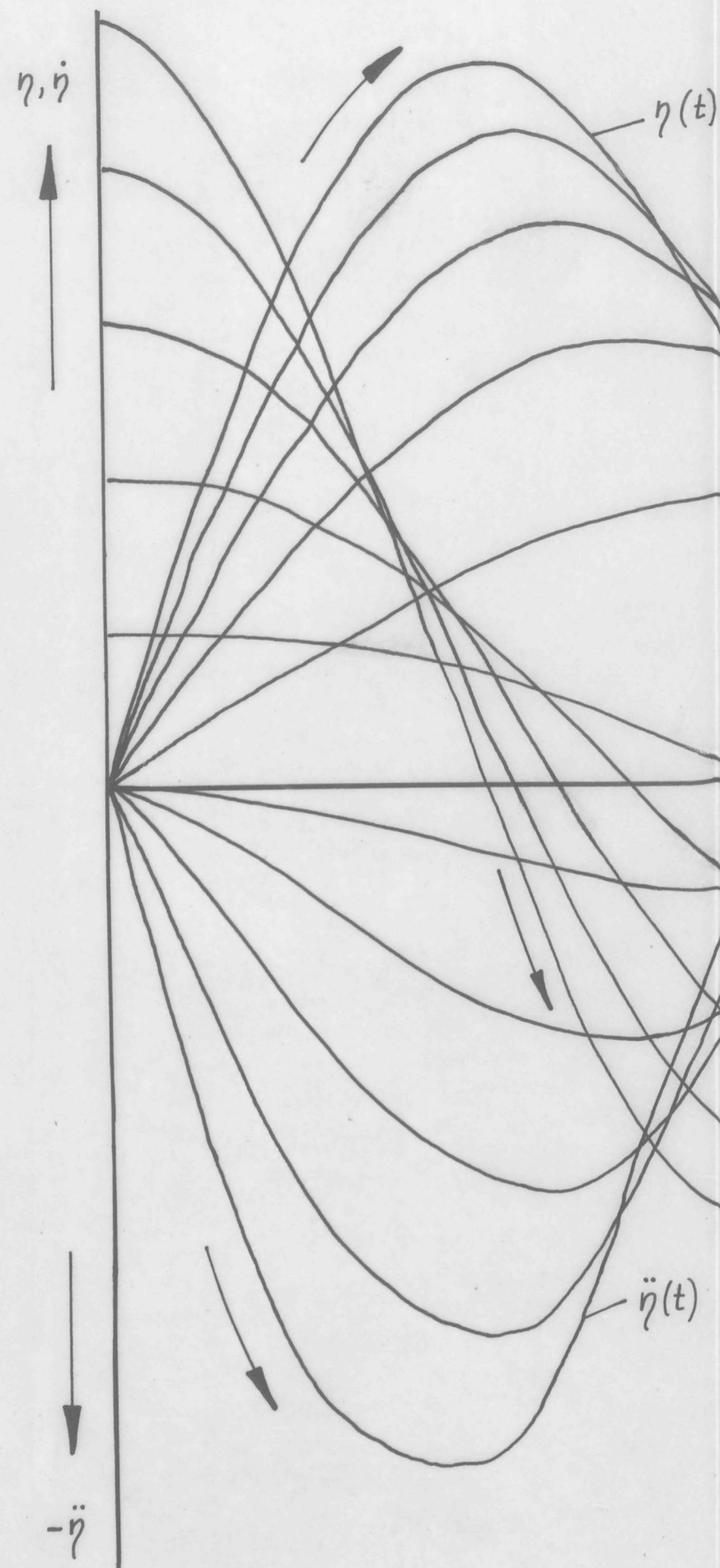
Nachbildung der Zwangsschwingung (28)

am Analogrechner mit $a_2 = c_3 = 0$

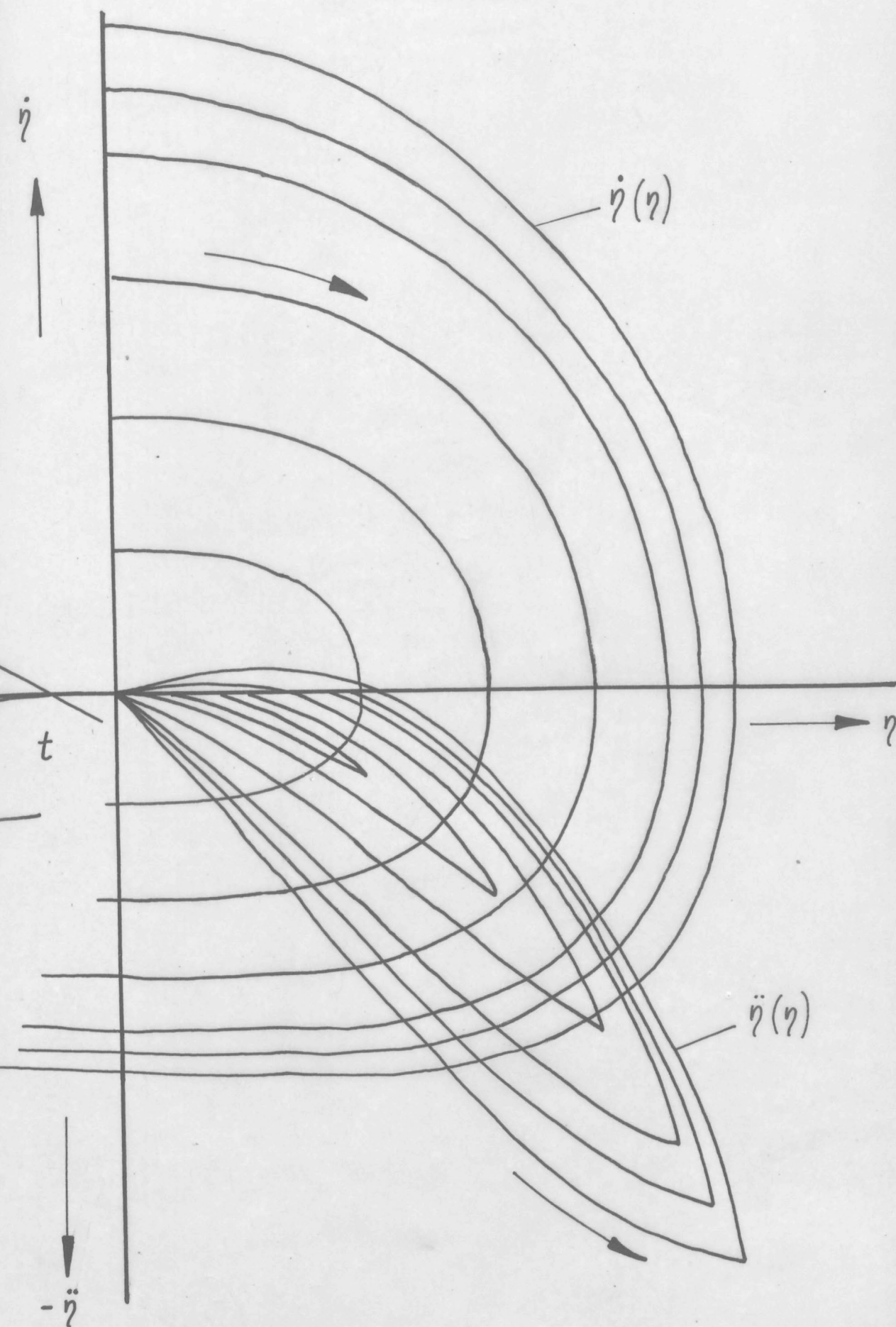


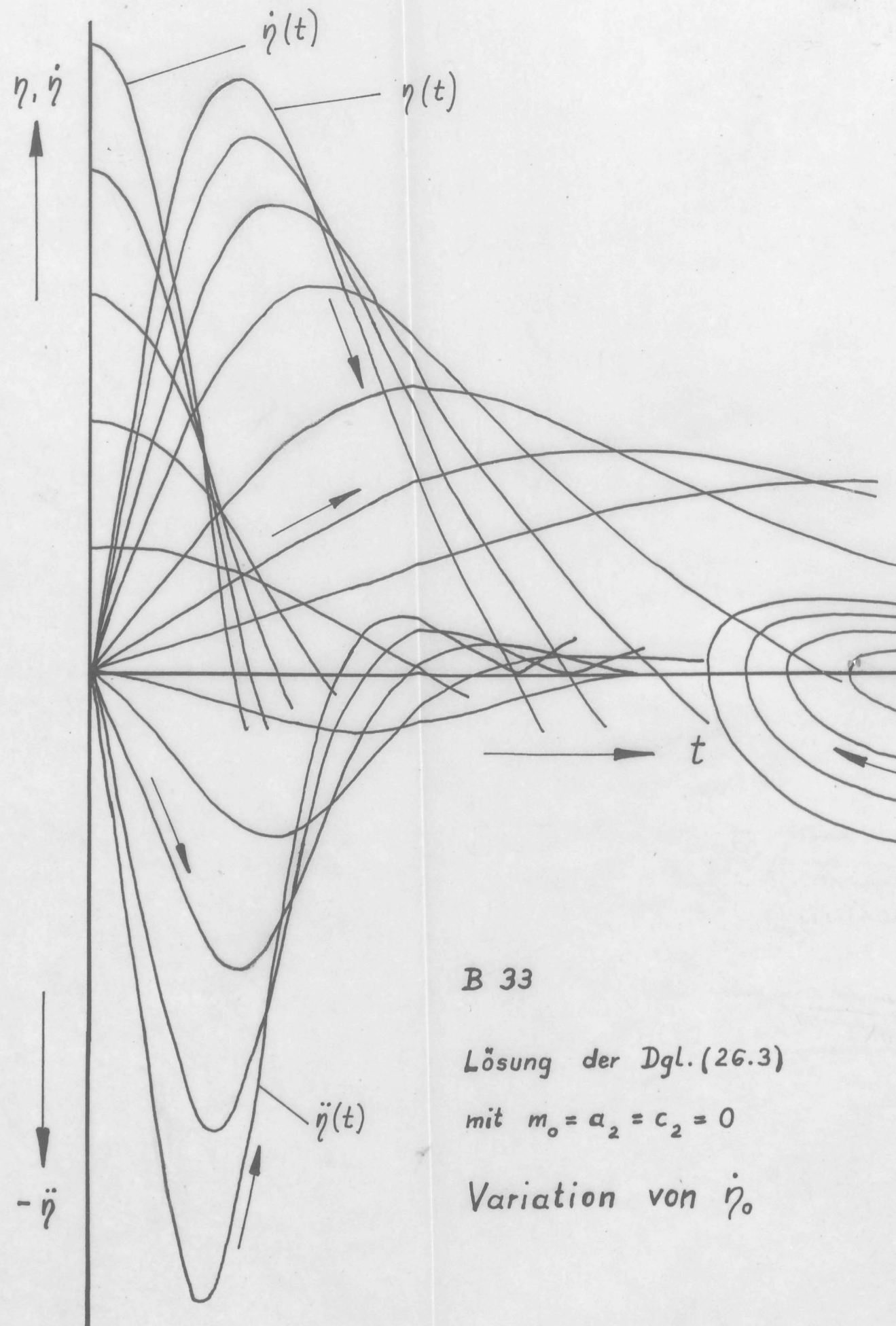
B 31

Einfluß der Erregerfrequenz Ω auf
Lage und Form der Hystereseschleife
Dgl. (28) mit $a_2=c_3=0$



B 32
 Lösung der Dgl. (29) mit $m_0 = c_3 = 0$
 Variation von $\dot{\eta}_0$
 $u' + 2f_3 u + 2f_0 = 0$
 mit $u := \gamma^2$
 und $\gamma := \dot{x}$



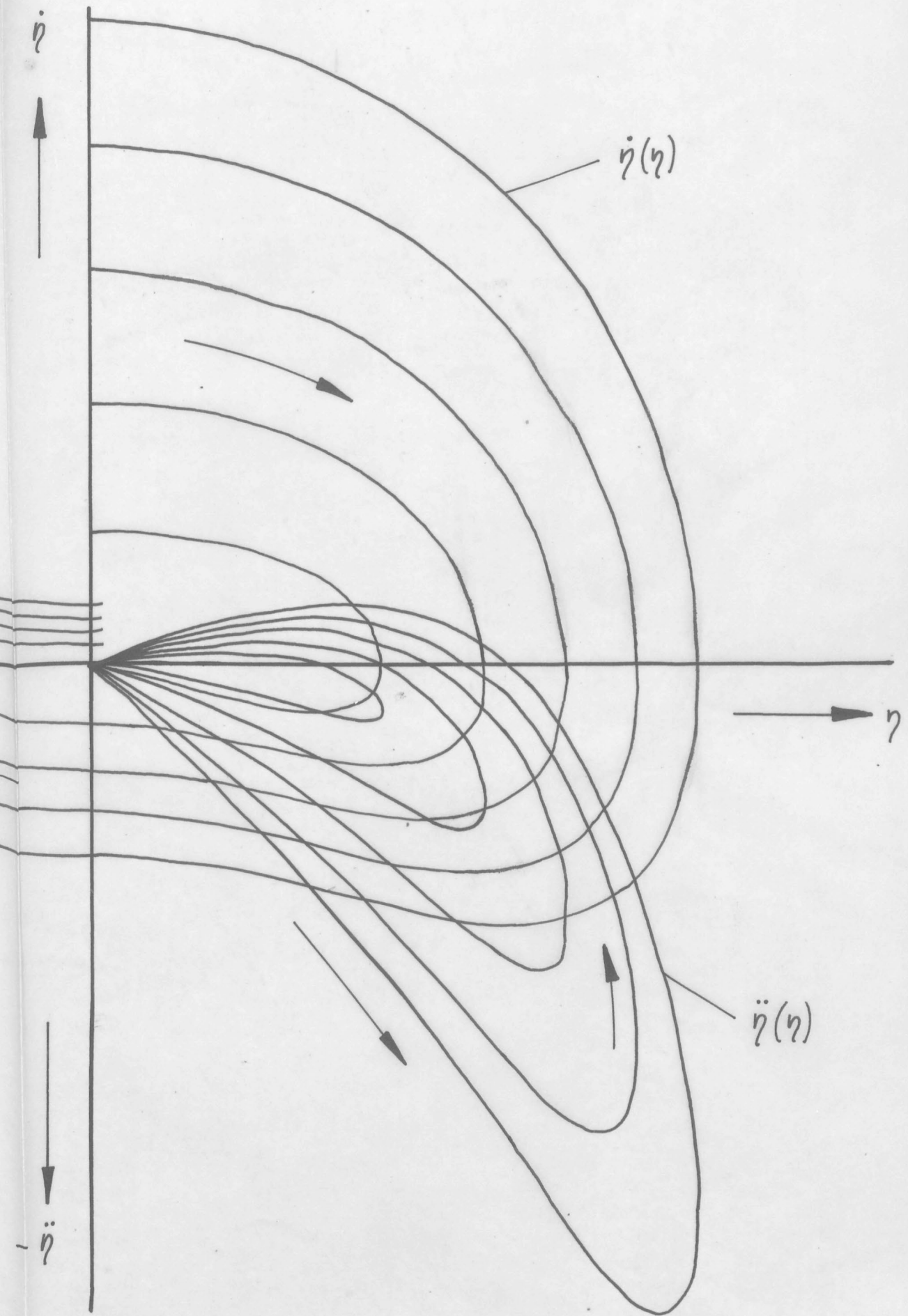


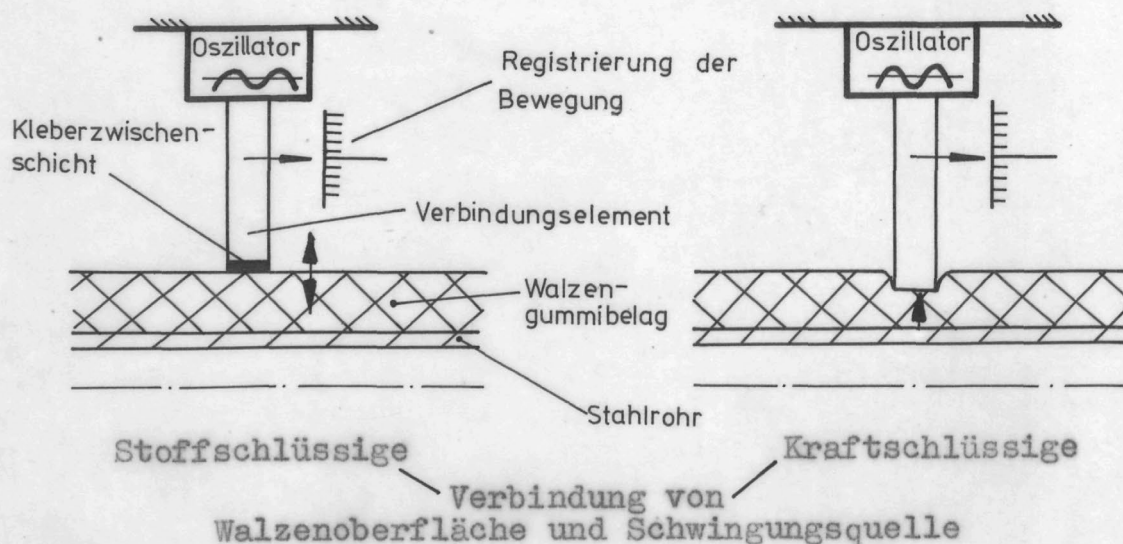
B 33

Lösung der Dgl. (26.3)

mit $m_0 = a_2 = c_2 = 0$

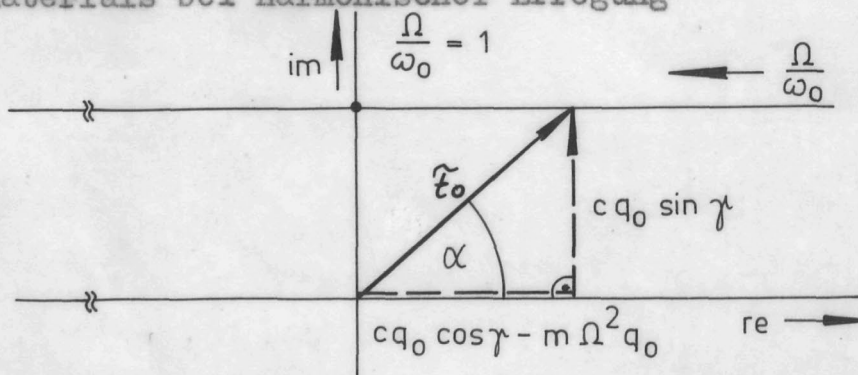
Variation von $\dot{\eta}_0$





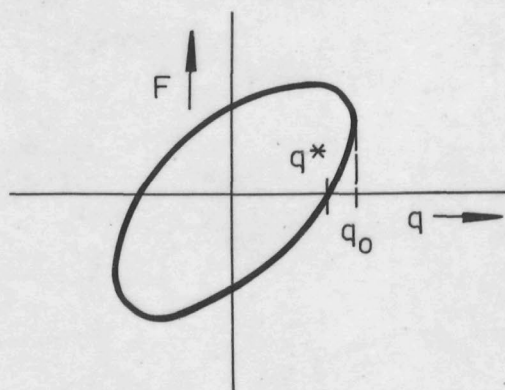
B 34

Bestimmung der Dämpfungseigenschaften des Walzenmaterials bei harmonischer Erregung



B 35

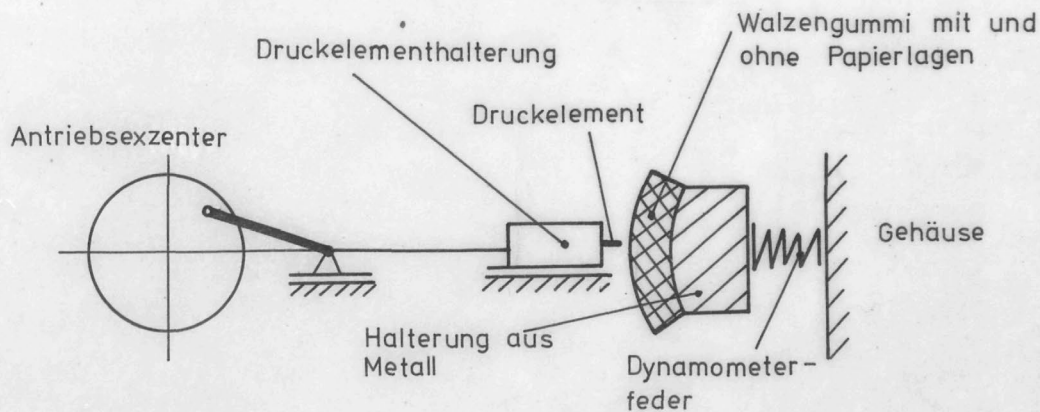
Vektordarstellung der stationären Lösung von Glg. (43.1)
- für kleine Werte γ folgt die Beziehung (44) -



q^* : Remanenzanteil

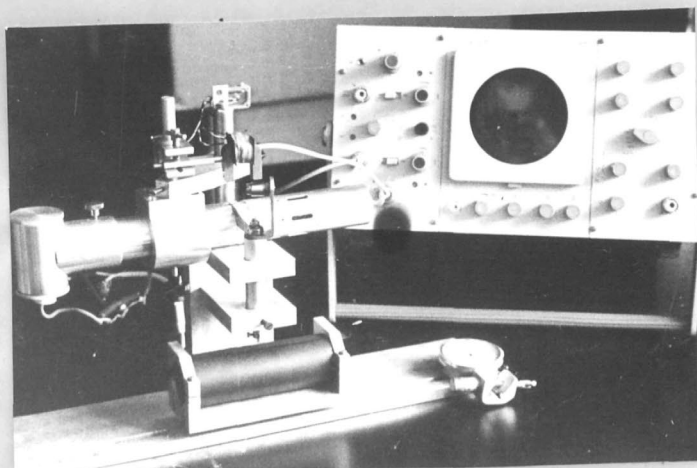
B 36

Hystereseschleife $F(q)$ bei harmonischer Erregung

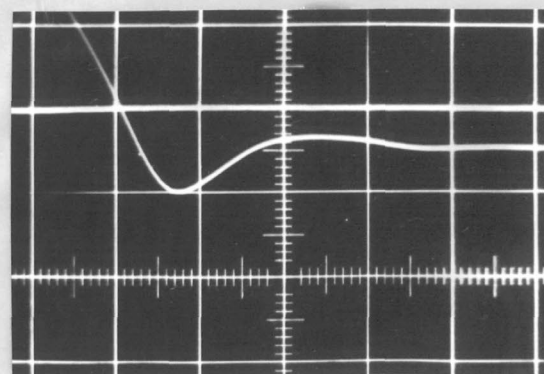


B 37.

Dämpfungsprüfmaschine (Skizze abgeändert aus /28/)

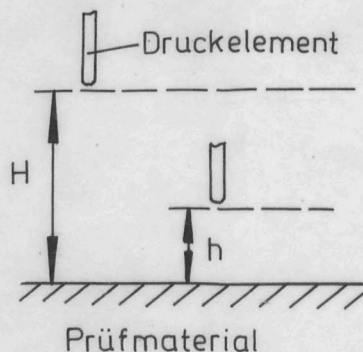


Ansicht
B 38.1



abklingende Schwingung

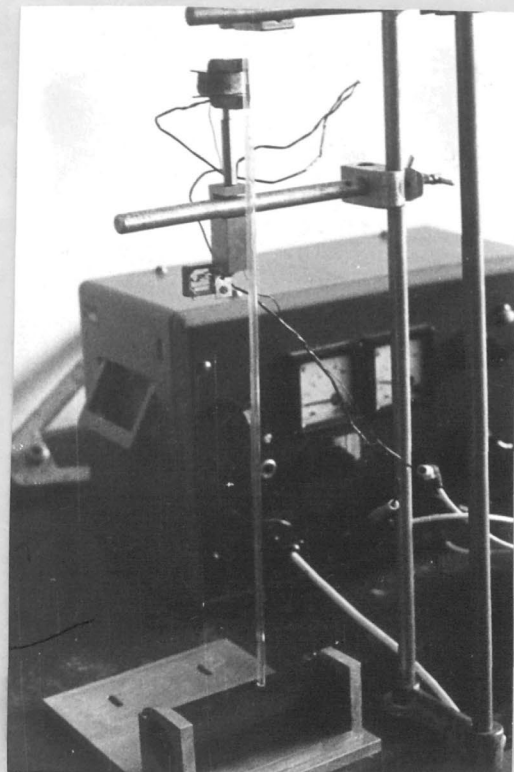
Fallversuch; Registrierung
der freien Schwingung



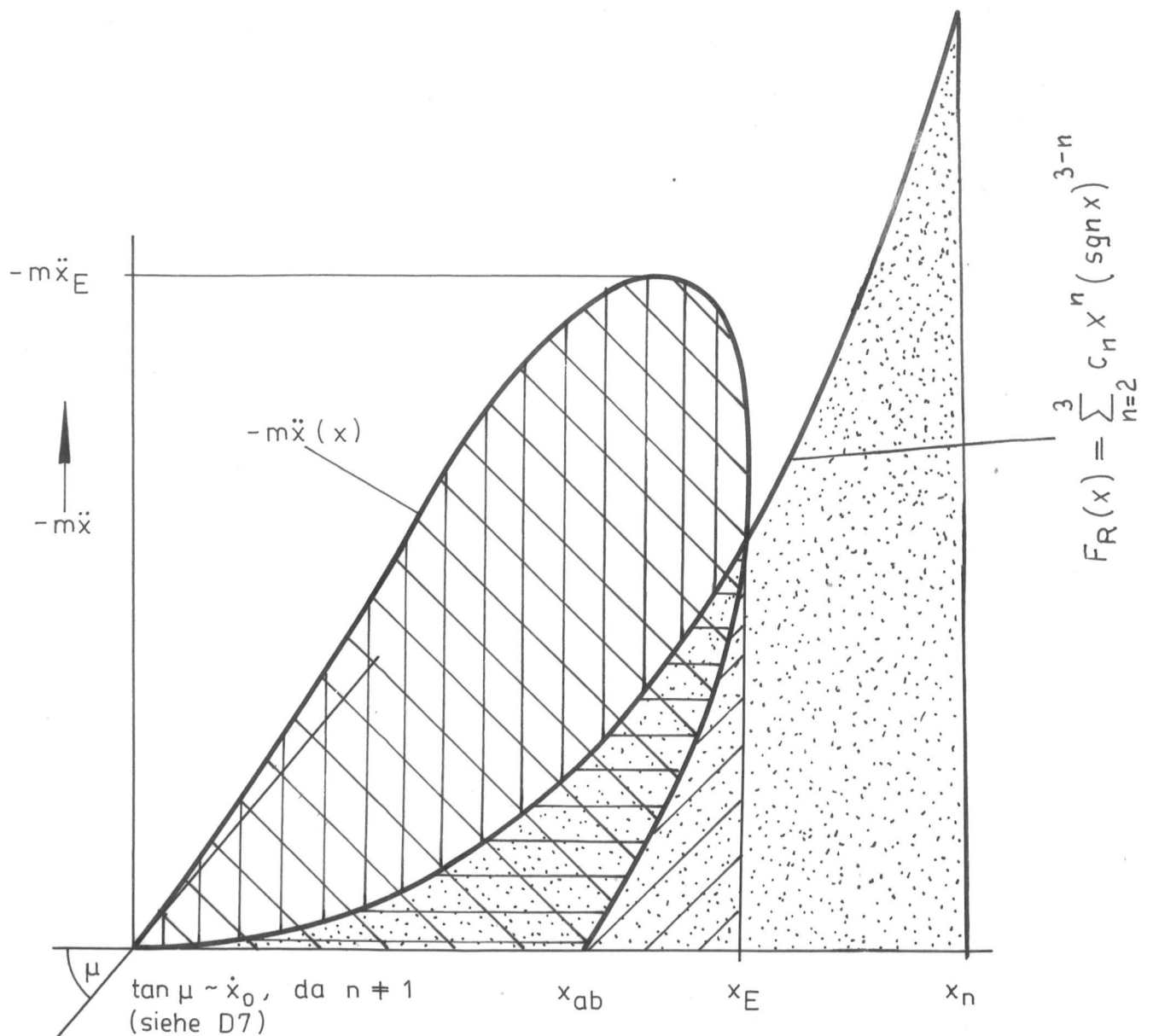
Prinzip

B 38.2

Umbau zur Bestimmung
der Newtonschen
Stoßzahl ϵ



Ausführung



n	$n=2$ bzw. $c_3=0$	$n=3$ bzw. $c_2=0$
x_n	$x_2 = \sqrt[3]{\frac{3W_0}{c_2}}$	$x_3 = \sqrt[4]{\frac{4W_0}{c_3}}$

W_0

ΔW_s

ΔW_1

ΔW_2

W_{00}

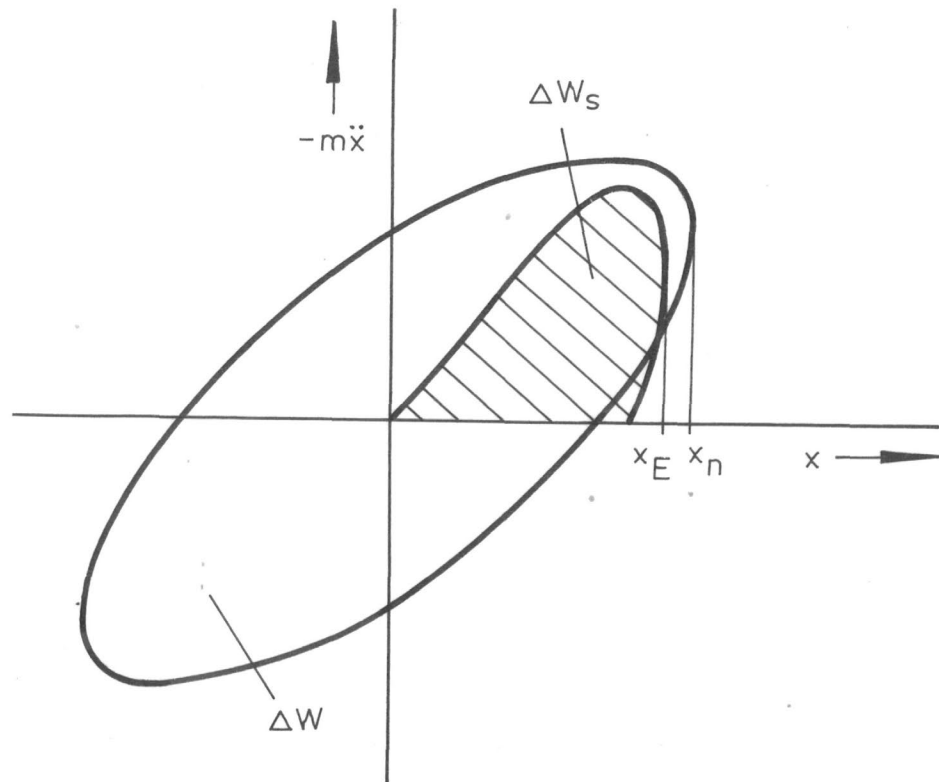
$\Delta W_s = \Delta W_1 + \Delta W_2$
 $= W_0 - W_{00}$

Verlustenergie ΔW_1
 während des Vordringens
 des stoßenden Körpers

Verlustenergie ΔW_2 während
 des Rücklaufs
 des stoßenden
 Körpers
 (vergl. Bilder 13)

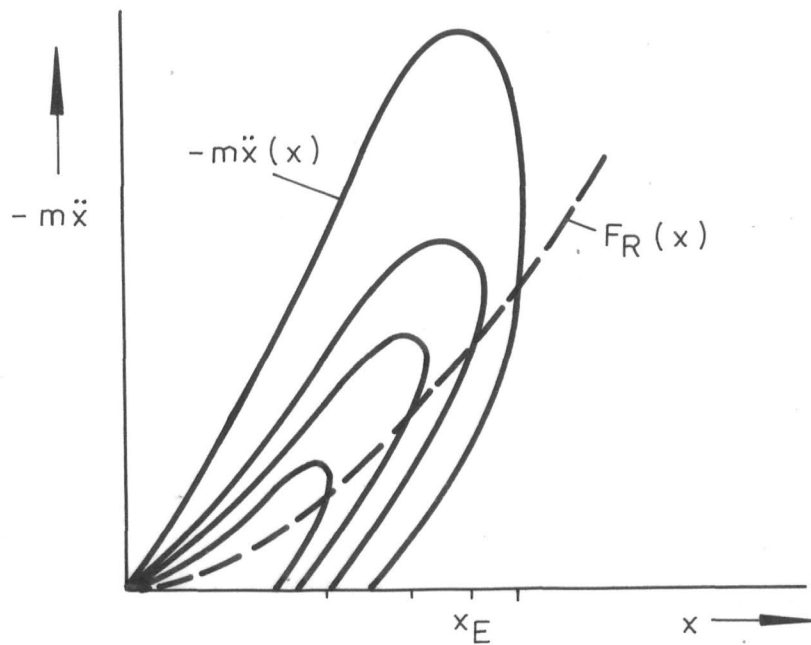
B 39

Energien beim Stoß eines inkompressiblen Körpers der Masse m auf einen fixen teilelastischen Körper



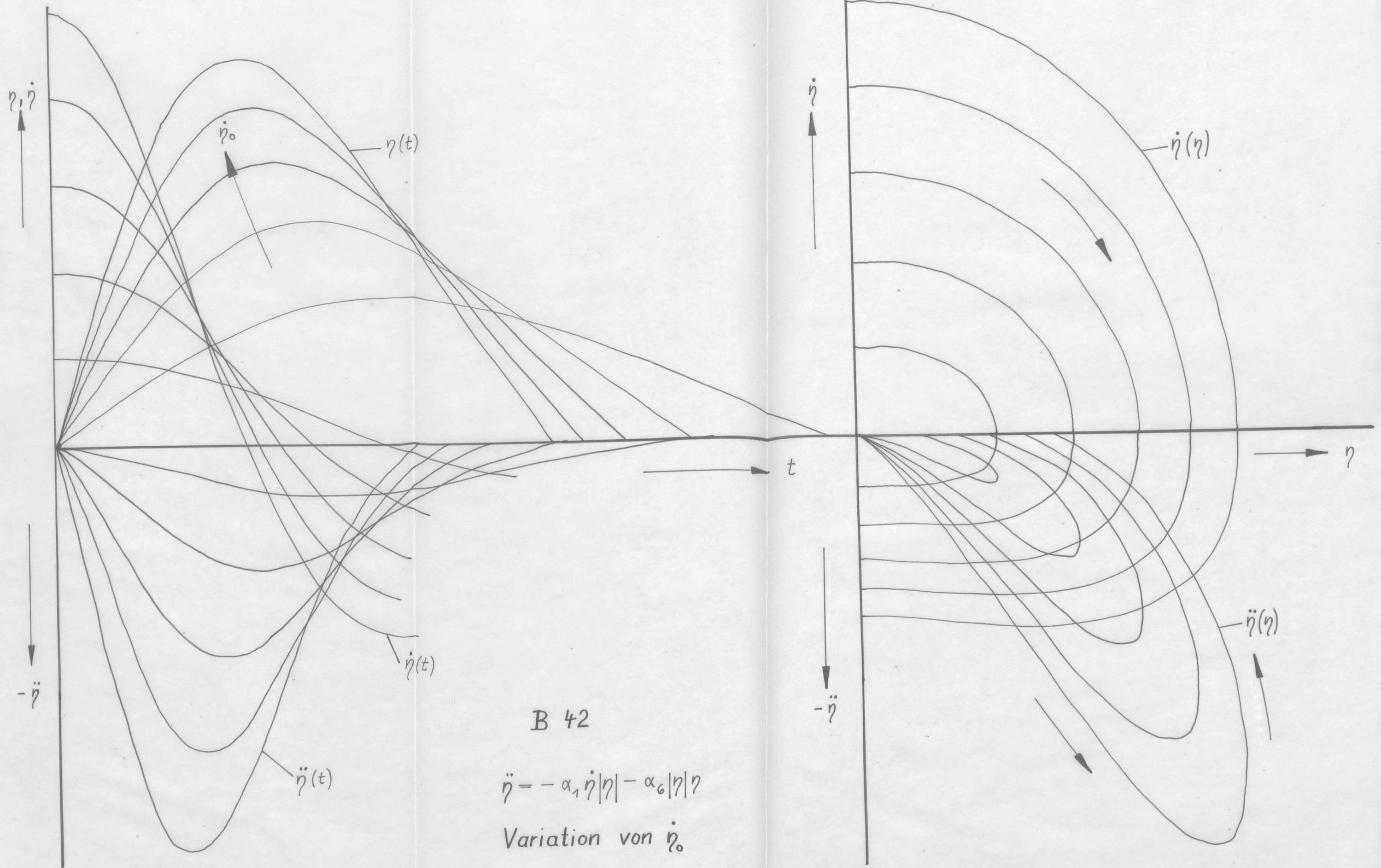
B 40

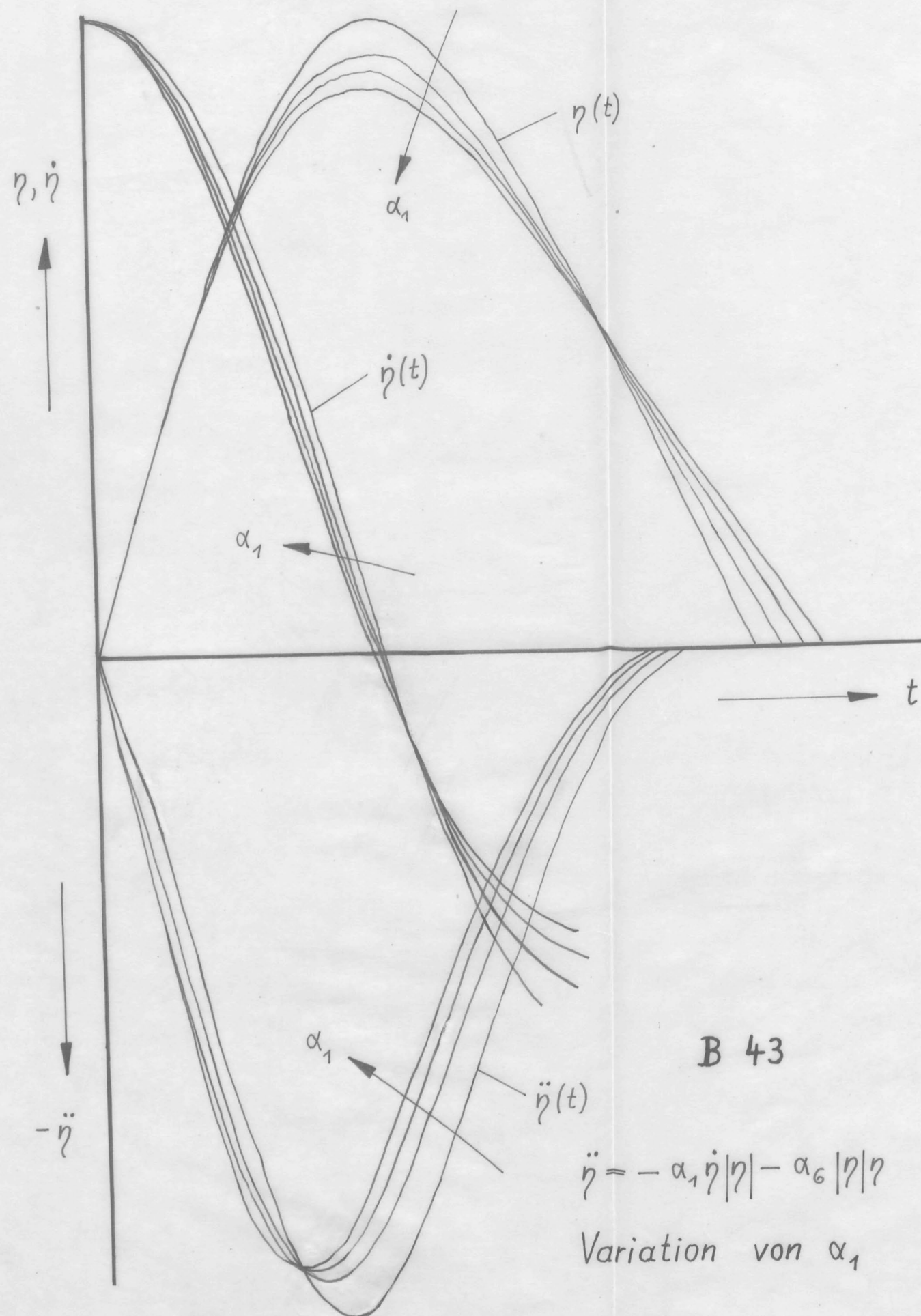
Elliptische Hystereseschleife bei harmonischer Erregung
im Vergleich mit der Hysterese-funktion beim Stoß



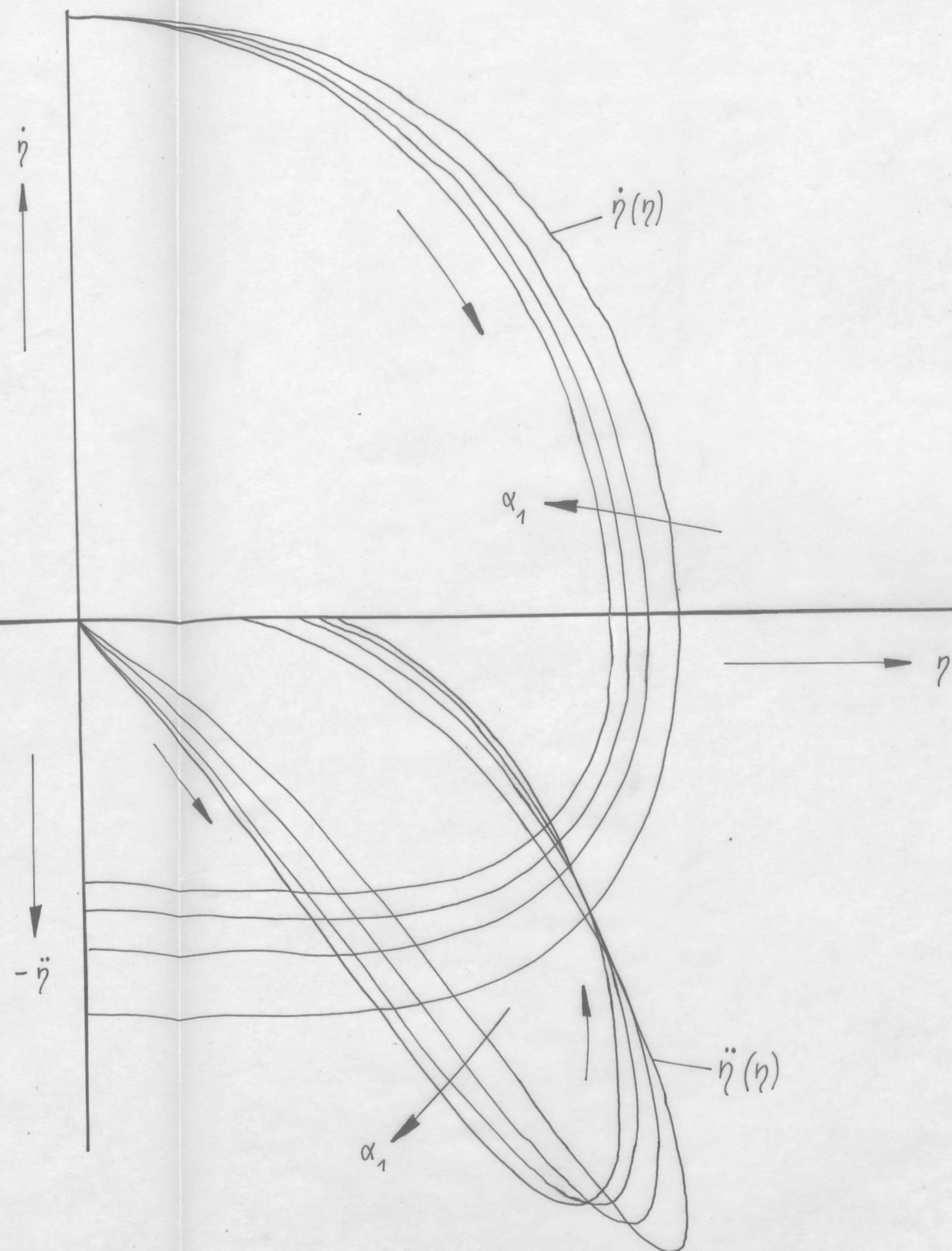
B 41

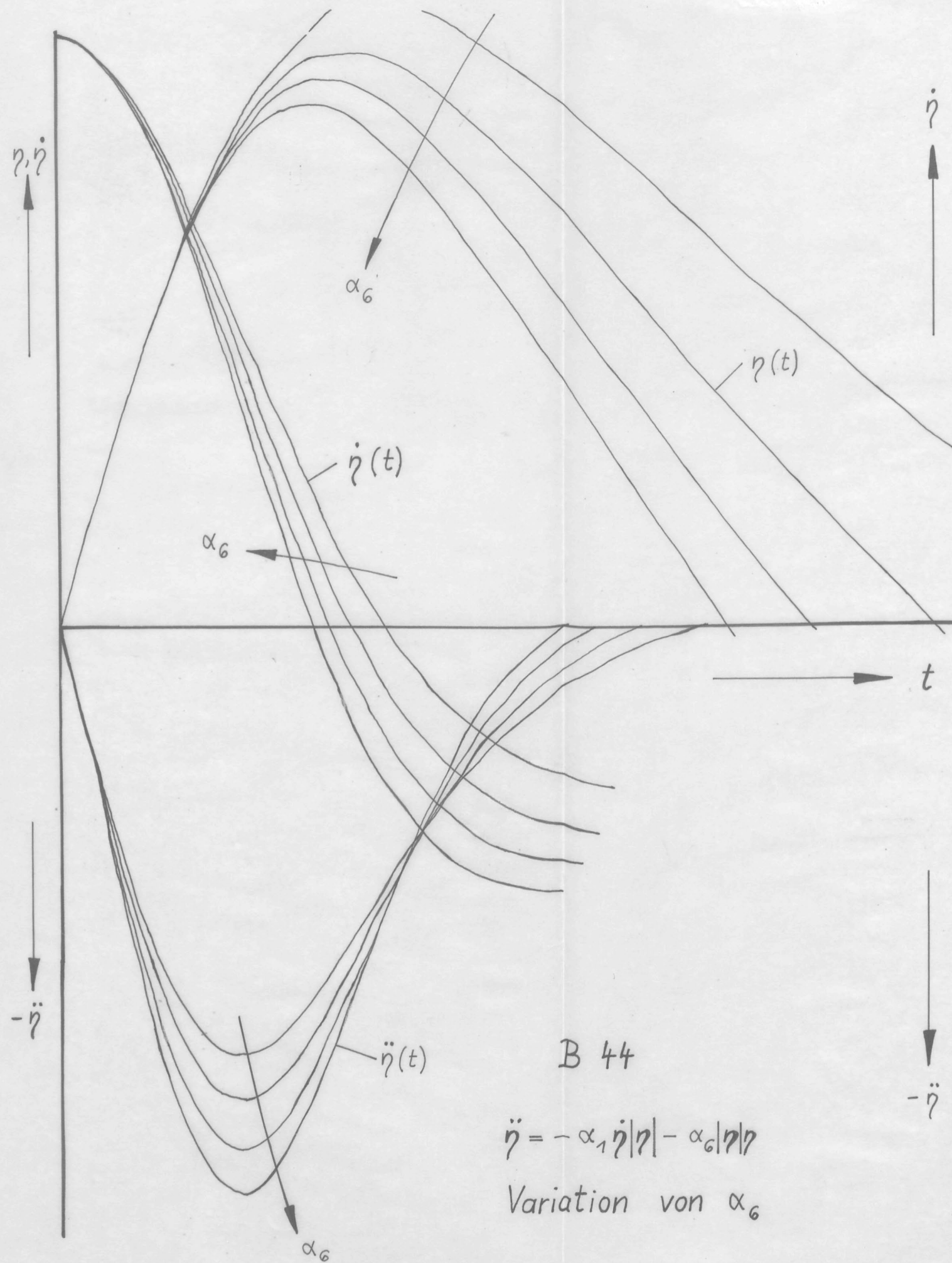
Ermittlung der Federkennlinie $F_R(x)$ aus den Hysterese-
funktionen bei verschiedenen Werten \dot{x}_0





B 43
 $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_6 |\eta| \eta$
 Variation von α_1

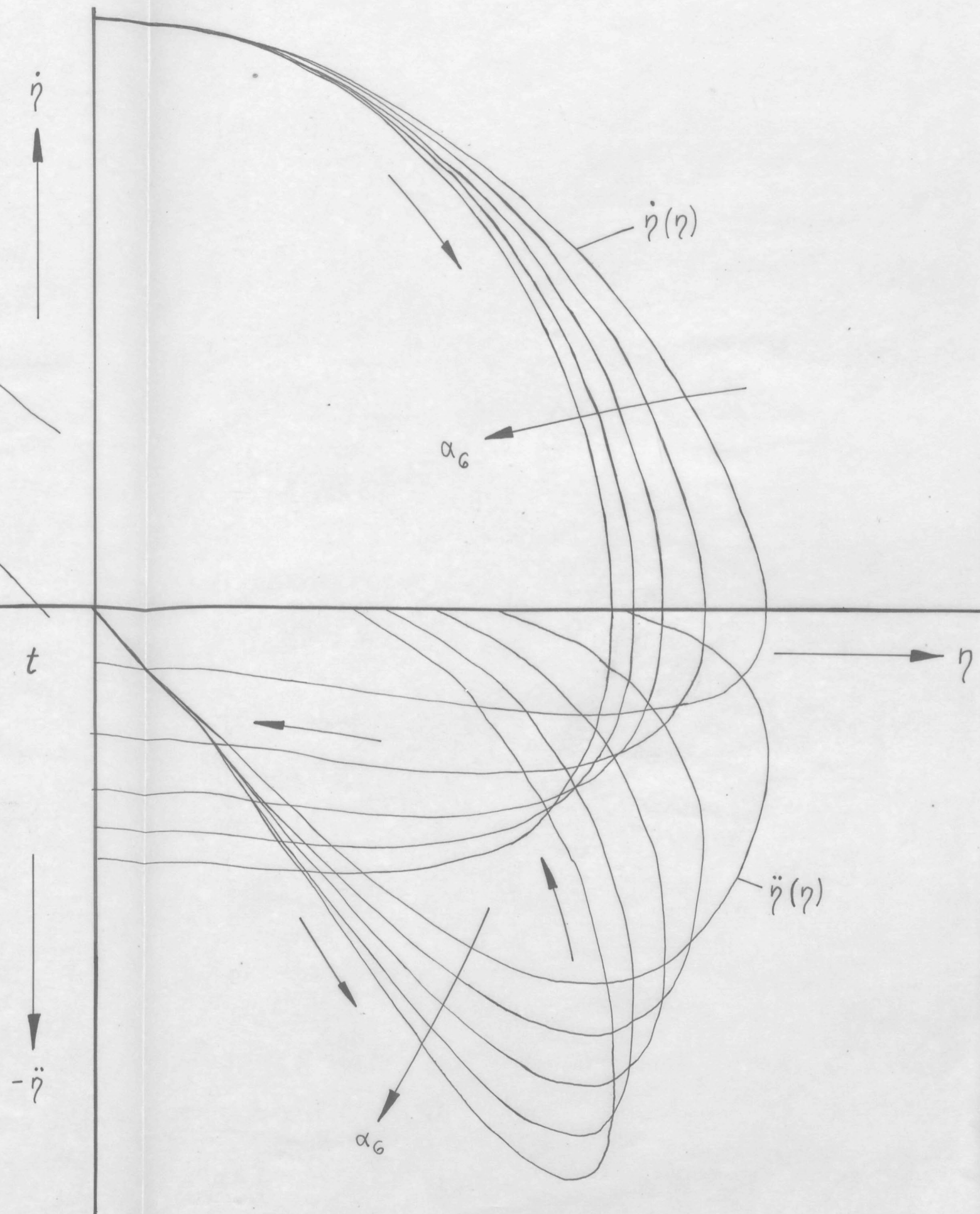


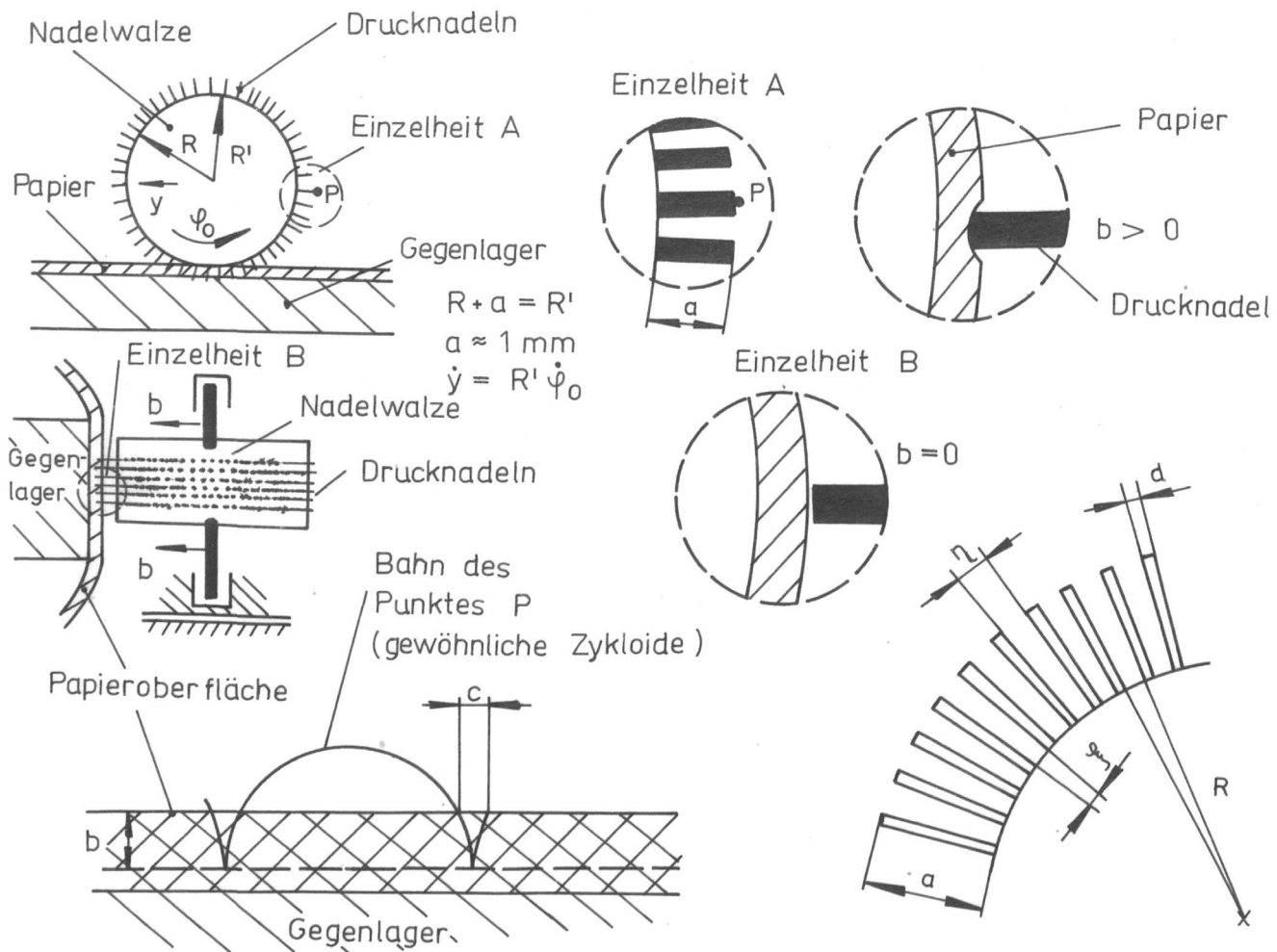


B 44

$$\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_6 |\eta| \eta$$

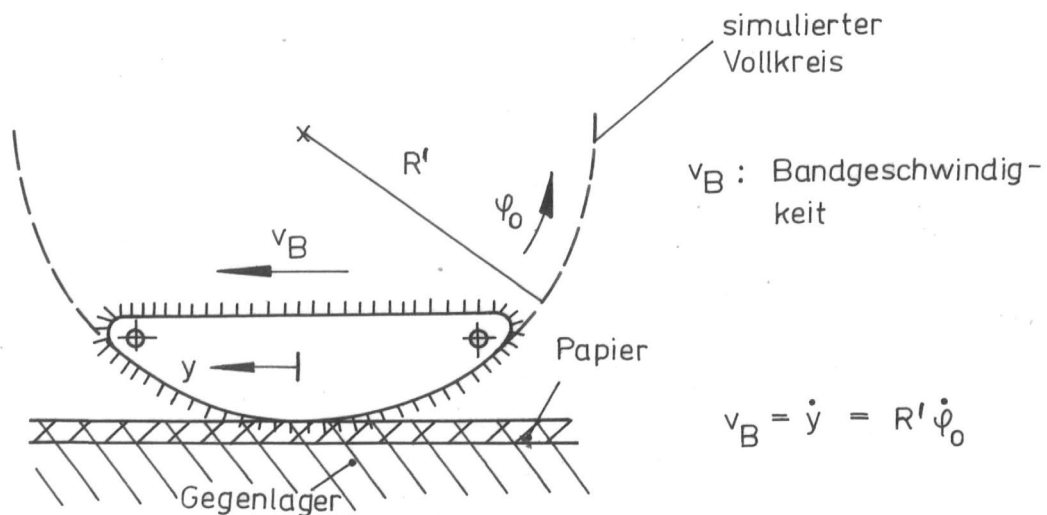
Variation von α_6





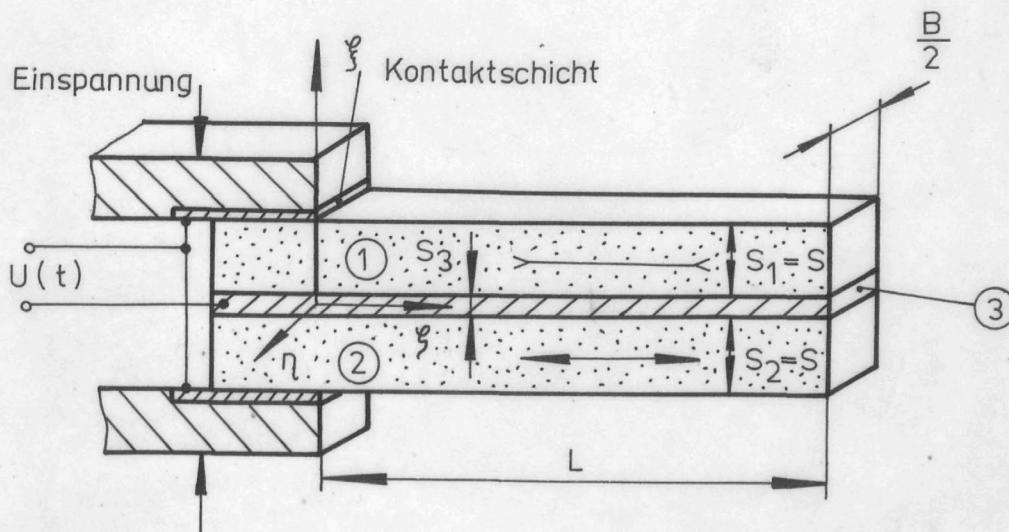
B 45

Drückende Kontrasterzeugung; Prinzip "Nadelwalze"



B 46

Nadelband



1 Piezo-Streifen (Stauchung) } je entspr.
 2 Piezo-Streifen (Dehnung) } Polarisation
 3 Zwischenstreifen (-lage) aus elastischem und elektrisch leitendem Material (mit 1 und 2 verklebt)

Querschnitt

Ansicht



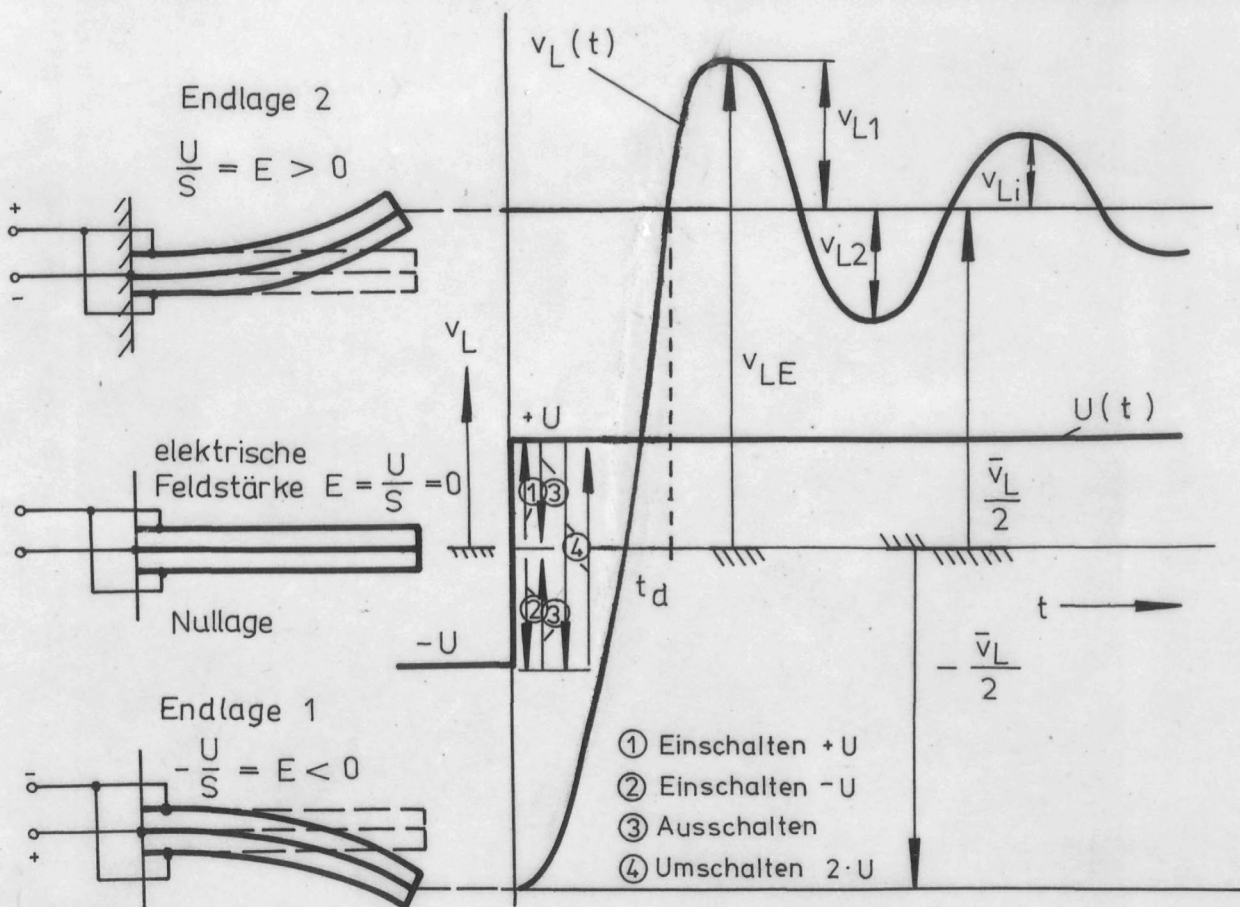
Draufsicht



Seitenansicht

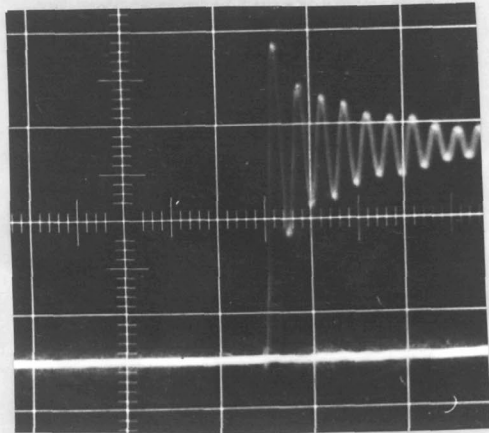
B 47

Geometrische Parameter eines trilaminaren Biegestreifens (Parallelschaltung) und Ansicht eines Biegestreifens (ohne Einspannung)



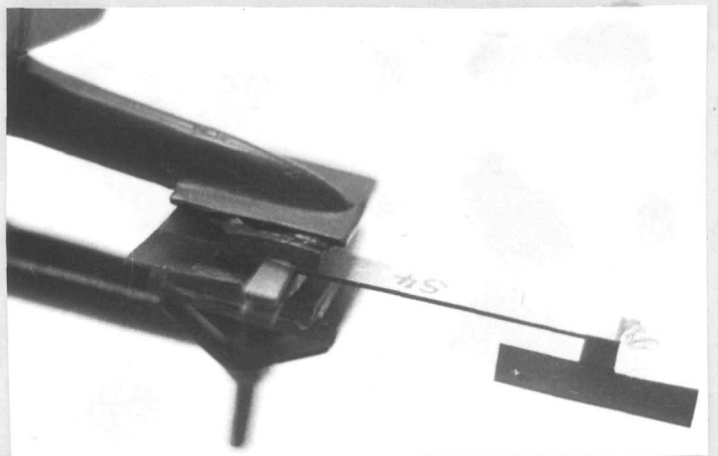
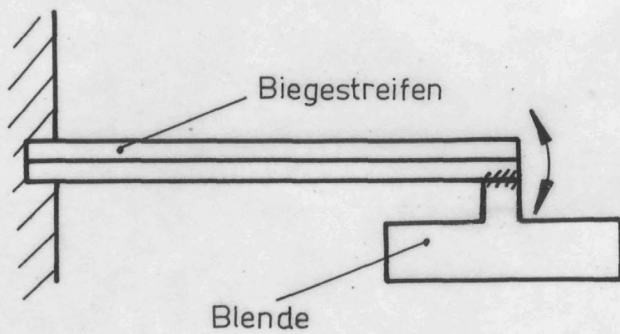
B 48

Antwort $v_L(t)$ des Biegesystems auf den idealen Belastungssprung; Erklärung der Bewegungsgrößen



B 49

Willkürlich gewähltes Beispiel einer Funktion $v_L(t)$,
aufgenommen mit einem Speicheroszillografen



- Ausführung mit Spannzange -

B 50

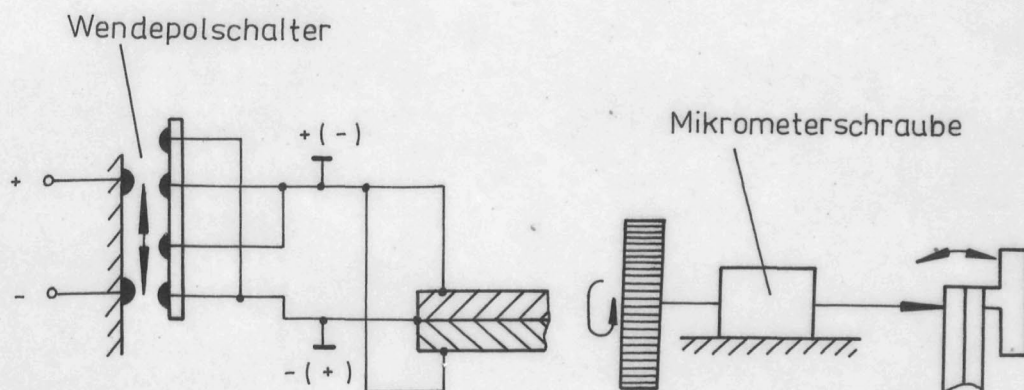
Biegestreifen mit Blende



unterbrochener Tubus

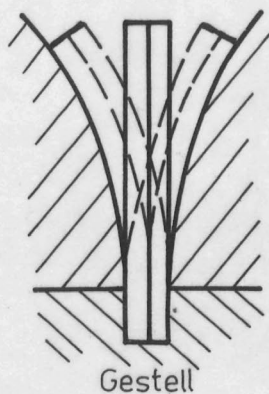
B 51

Anordnung von Meßtubus und Biegestreifen



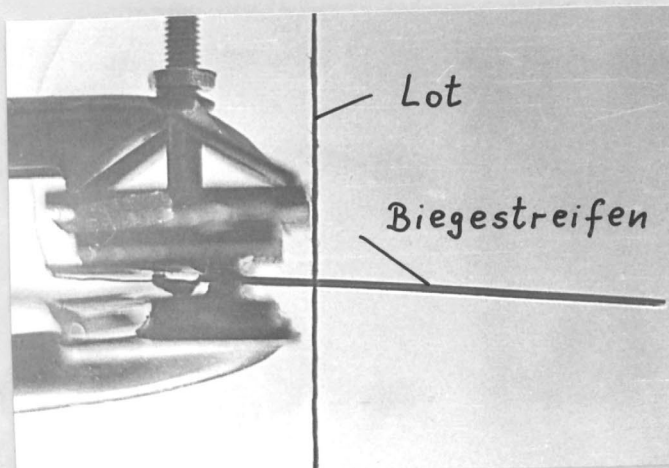
B 52

Erregung des Biegestreifens mit Wendepolschalter und Eichung mittels Mikrometerschraube



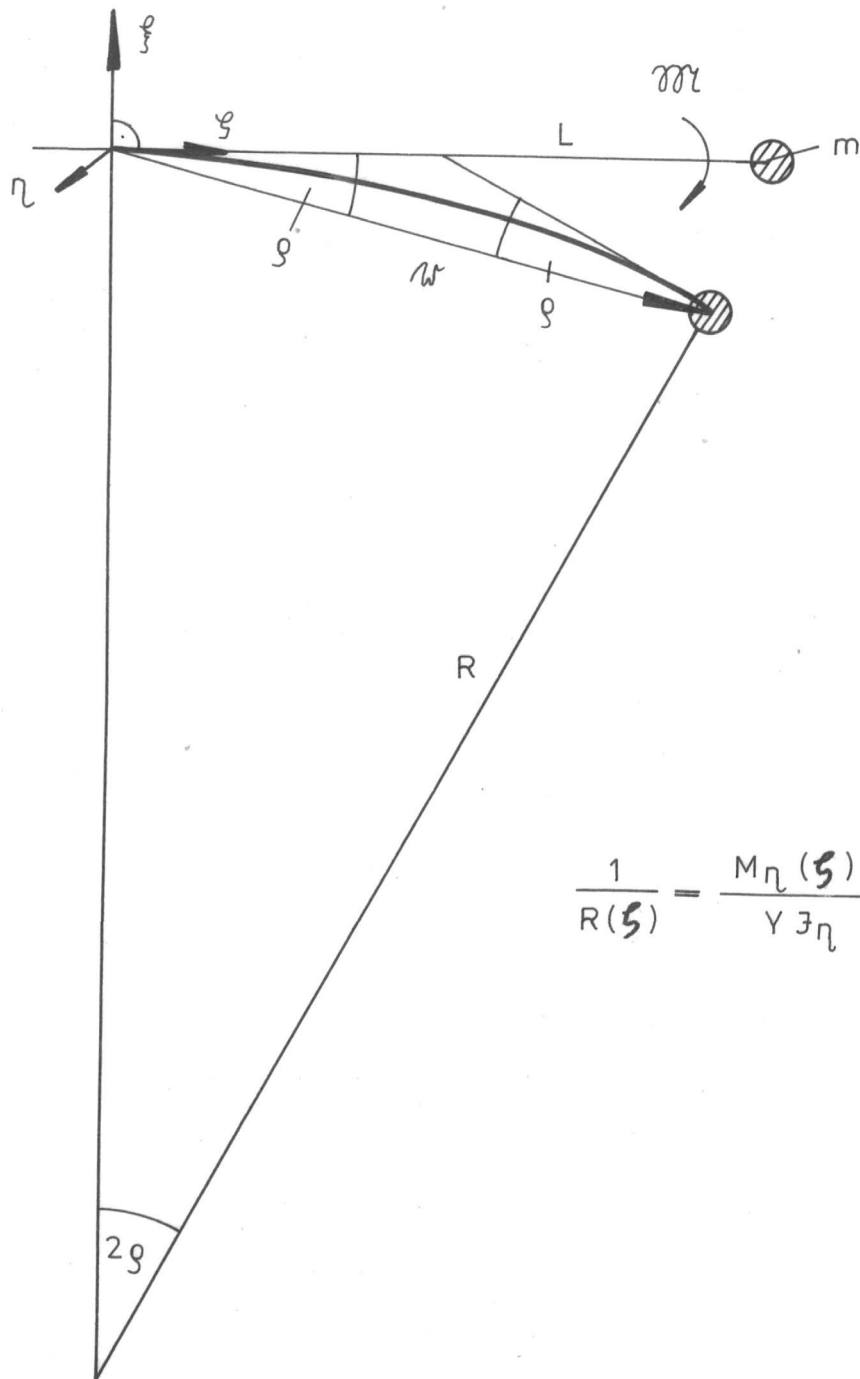
B 53

Begrenzung des Streifens entsprechend der Funktion $v_{\xi}(t)$



B 54

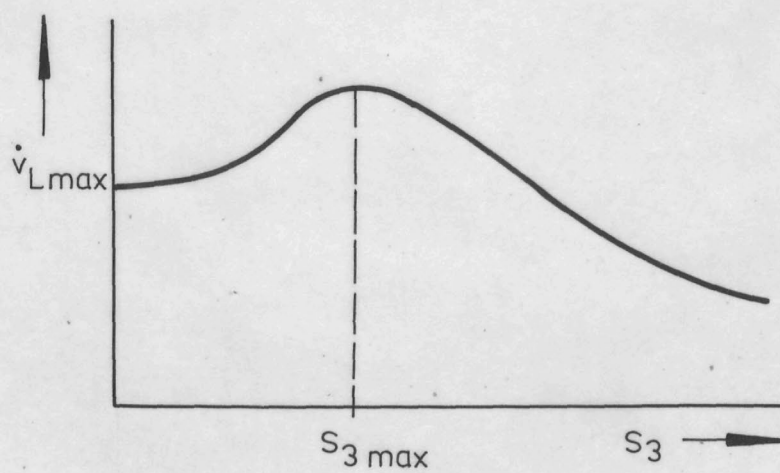
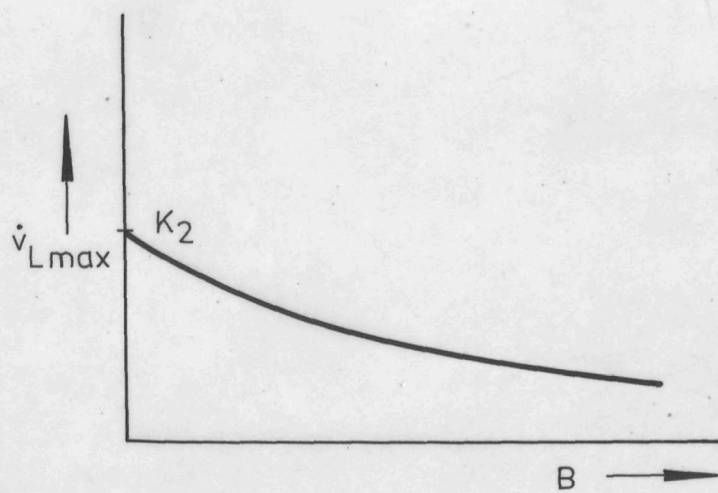
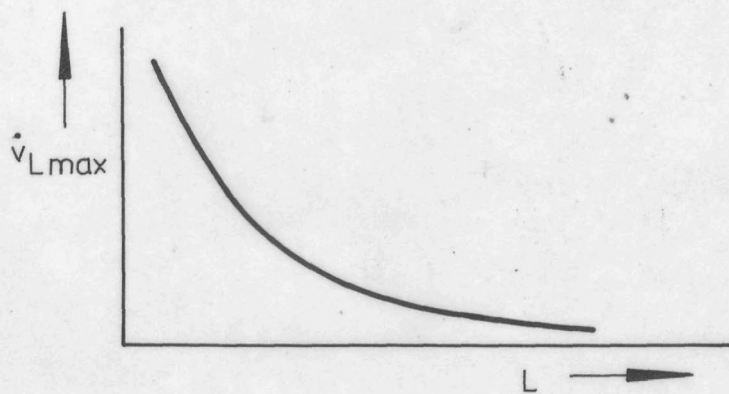
Schattenriß zur Aufnahme der statischen Biegelinie $\bar{v}(\xi)$



$$\frac{1}{R(\xi)} = \frac{M_{\eta}(\xi)}{Y J_{\eta}}$$

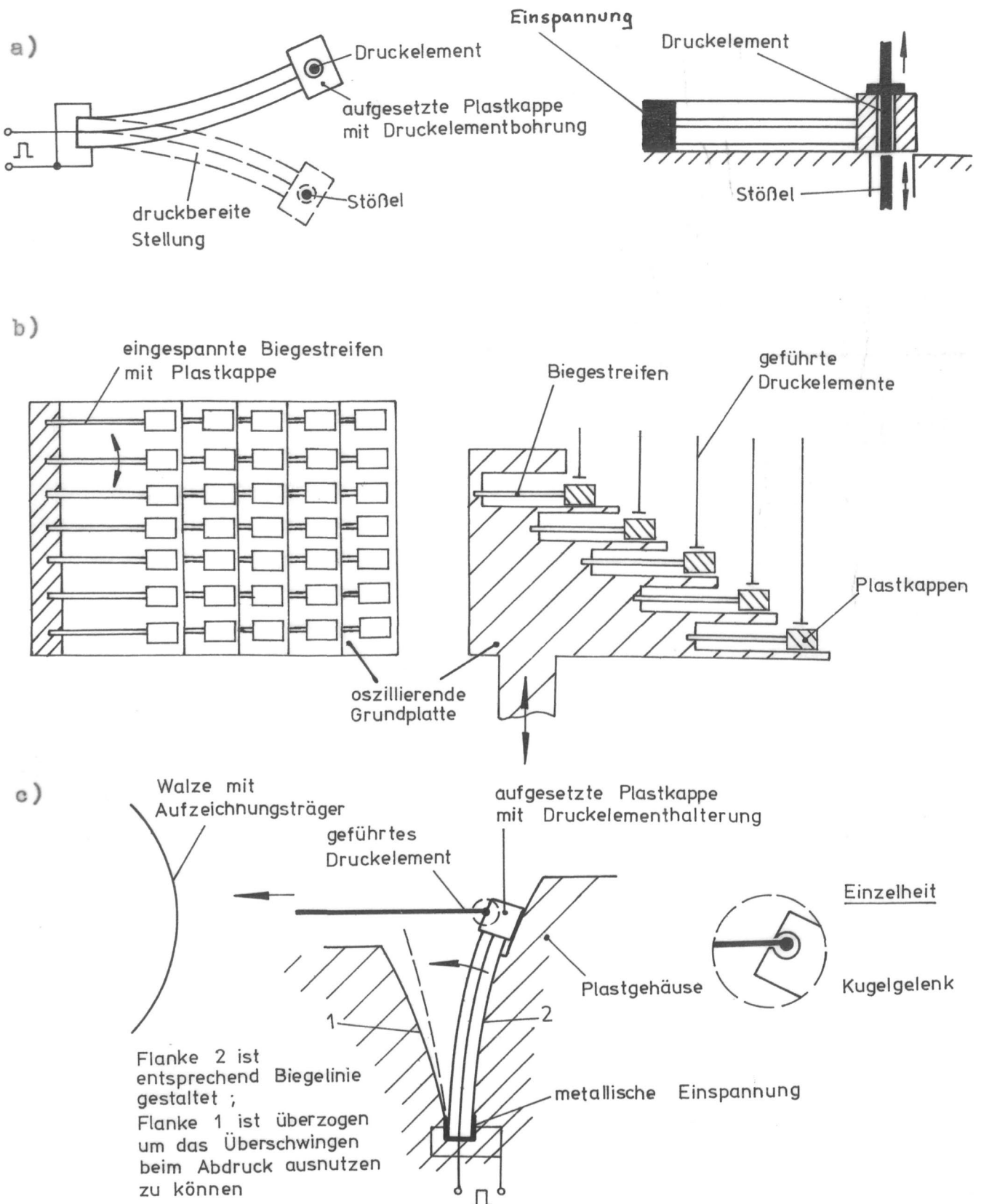
B 55

Skizze zur Ableitung der genäherten Bewegungsglg. für den Biegestreifen



B 56

Verlauf der Funktionen $\dot{v}_{Lmax}(L)$, $\dot{v}_{Lmax}(B)$ und $\dot{v}_{Lmax}(S_3)$



B 57

Prinzipielle Anwendungsmöglichkeiten Piezo-Biegestreifen in der Drucktechnik

- a) als Koppelglied (Biegestreifen bewegt sich nur in der Biegeebene)
- b) als Koppelglied mit senkrecht zur Biegeebene bewegten Biegestreifen
- c) als direkter Antrieb

2. Diagramme

2.1. Übersicht

Diagramm-Nr.	Abhängigkeiten	Bemerkungen	Seite
D 1	$-m\ddot{x}, x(t)$ $-m\ddot{x}(x)$	qualitativ	48
D 2.1	$x_E(\dot{x}_0)$	Parameter m	49
D 2.2	$x_E(m)$	Parameter \dot{x}_0	50
D 2.3	$x_E(V)$	$V := \frac{m}{\dot{x}_0}$	51
D 2.4	$-m\ddot{x}(x)$	Parameter V	52
D 2.4.1	$\Delta W_S(V)$		52
D 2.4.2	$x_{ab}(V)$	qualitativ	52
D 2.5	$x_E(W_0)$	Parameter Λ	53
D 2.6	$x_E(W_0)$	Parameter d	54
D 2.7	$x_E(v_r)$	Parameter W_0	55
D 3.1	$-m\ddot{x}_E(v_r)$	"	56
D 3.2	$-m\ddot{x}_E(\dot{x}_0)$		57
D 4.1.1	$t_{ab}(\dot{x}_0)$		58
D 4.1.2	$t_{ab}(m)$		58
D 4.2	$t_{ab}(d)$	Parameter \dot{x}_0	59
D 4.3.	$t_{ab}(v_r)$		60
D 4.4	$t_{xE}, t_{\ddot{x}E}(\dot{x}_0)$	Vergleich Berechnung/Experiment	61
D 4.5	$t_{xE}, t_{\ddot{x}E}(d, \Lambda)$		62
D 4.6	$t_{xE}, t_{\ddot{x}E}(v_r)$		63
D 4.7	$\Delta t(\dot{x}_0, d, v_r)$		64
D 5.1	$t_{aus}(W_0)$	Parameter Λ	65
D 5.2.1	$t_{aus}(\Lambda)$		66
D 5.2.2	$t_{aus}(\text{Auftreffgeschw. } \dot{\eta}_0, \text{Steifigkeit } \alpha_6 \text{ bzw. } \alpha_8, \text{Dämpfung } \alpha_1)$	Nachbildung am Analogrechner	66
D 5.3.1	$t_{aus}(m)$		67

D 5.3.2	$t_{\text{aus}}(\Lambda)$		67
D 5.4	$t_{\text{aus}}(w_o)$	Parameter Λ	68
D 5.5	$t_{\text{aus}}(d, v_r)$	"	69
D 5.6	$w_{\text{oerf}}(v_r)$	"	70
D 5.7	$p_{\text{erf}}(V, \Lambda)$		71
D 5.8	$x_E(V)$	Parameter Λ	72
D 5.9	$-m\ddot{x}_E(x_E)$	Parameter Λ, w_o	73
D 5.10	$-m\ddot{x}_E(w_o)$		74
D 5.11	$-m\ddot{x}_E, x_E(d, \Lambda)$		75
D 5.12	$-m\ddot{x}_E, x_E(v_r)$	Parameter Λ	76
D 5.13	$w_{\text{oerf}}(\Lambda)$		77
D 6.1	$\dot{x}_o(\dot{x}_{oo})$ $\varepsilon(\dot{x}_o)$	} Parameter Λ	78
D 6.2	$\Delta w_s(w_o)$		79
D 6.3.1	$\Delta w_s(v_r)$		80
	$\Delta w_s(\Lambda)$	$w_o = \text{const.}$	
D 6.3.2	$\Delta w_s(\Lambda)$	$x_E = \text{const.}$	81
D 7	$ m\ddot{x}'(x=0) = f(\dot{x}_o)$		82
D 8.1 bis D 8.3	$\gamma(x_n, x_E)$	je nach Versuchsart bis	83 85
D 8.4	$\gamma(x_n, x_E)$	Zusammenfassung von D 8.1 bis D 8.3	86
D 8.5	$\gamma(x)$	Näherungen aus D 8.4	87
D 8.6	$F_R(x)$		88
D 8.7	$F_R(x)$ in Abhängig- keit vom Zeit- punkt der Mes- sung	statische Belastung	89
D 8.8	$F_R(x_{\text{stat}})$	entnommen aus /68/	90
D 9.1	$x(t)$	berechnet nach den Gln. (32.2) und (36)	91
D 9.2	$x(t)$	Vergleich Berechnung/ Experiment	92
D 9.3	$\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} \eta - \alpha_6 \eta \eta$	Variation von $\dot{\eta}_o, \alpha_1, \alpha_6$	93

D 9.3.1 bis	$t_{xE}, t_{\ddot{x}E}, \Delta W_S(\dot{\eta}_0, \alpha_1, \alpha_6)$	Nachbildung am	93
D 9.3.7	$x_E, \ddot{x}_E, \Delta t, t_{ab}$	Analogrechner	bis 96
D 10.1	$\bar{v}_L(U, L)$		97
D 10.2	$(S_{cu}/S)^2 A(S^*)$		98
D 10.3	$t_d(U, L)$		99
D 10.4	$\bar{w}(U)$		100
D 10.5	$\bar{w}(S_3)$		101
D 10.6	$\gamma(\sigma)$	theoretisch ermittelt	102
D 10.7	$\varphi(S_3, B, S)$		103
D 10.8	$\delta(V_g)$	Vergleich Berechnung/Experiment	104

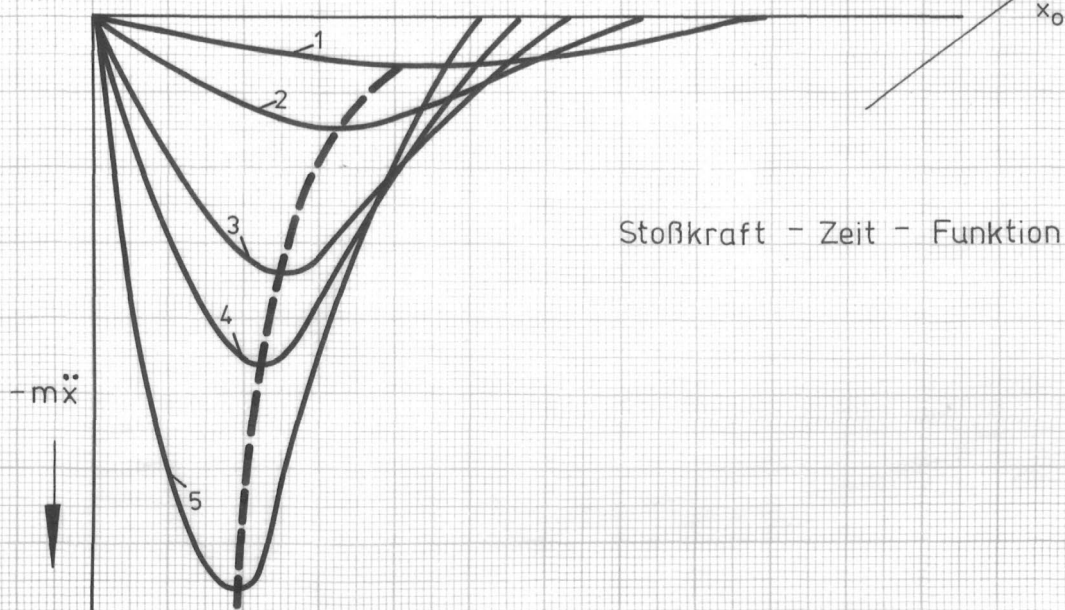
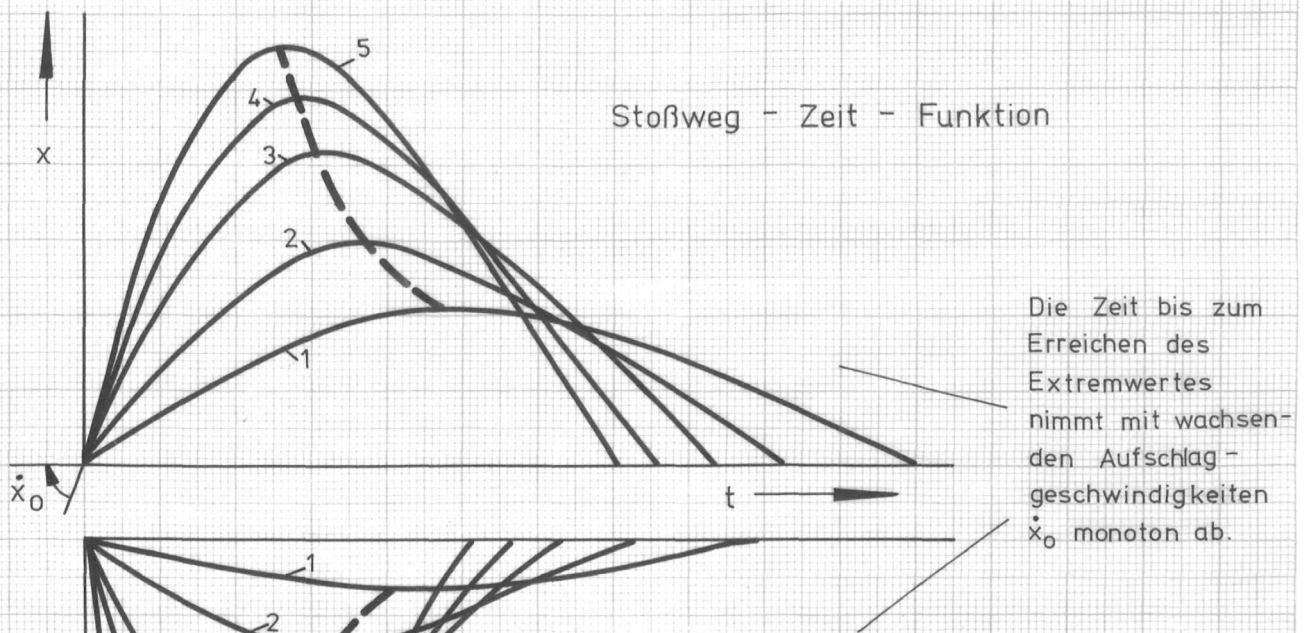
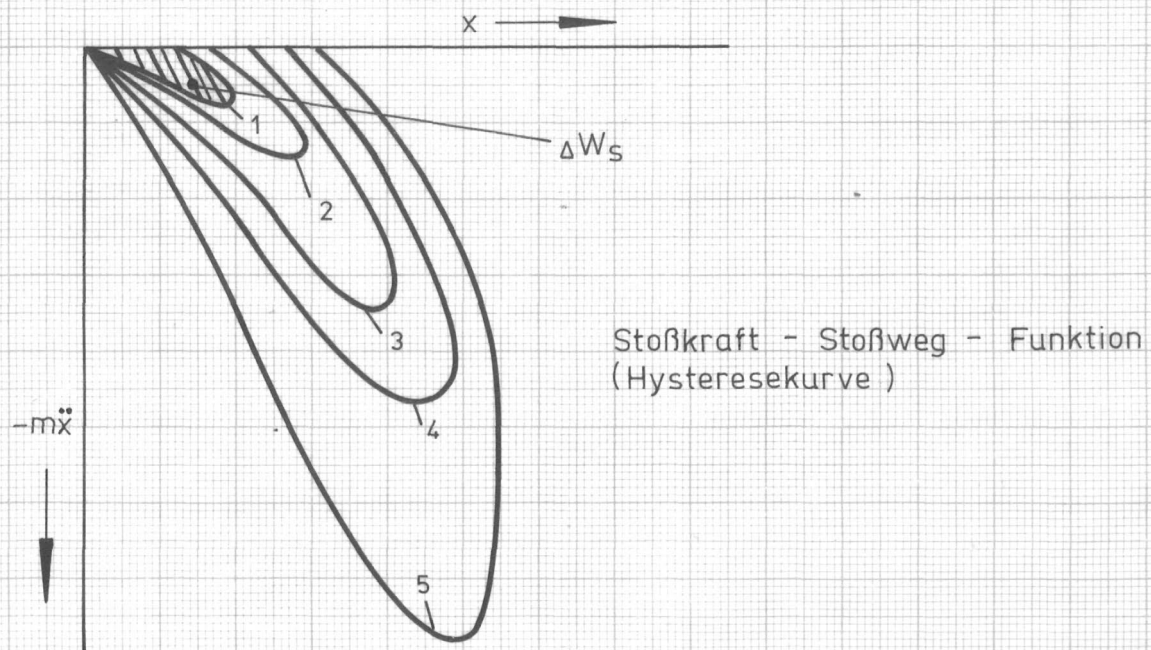
Hinweis:

Sämtliche Experimente zur vorliegenden Dissertationsschrift wurden in den Jahren 1973 bis 1976 auf der Basis des damals gültigen Technischen Einheitensystems durchgeführt. Insbesondere wurde bei den als Parameter verwendeten technisch-physikalischen Größen auf möglichst glatte Zahlenwerte orientiert (z.B. Aufprallenergie $W_0 = 10 \text{ pcm}$). In Übereinstimmung mit dem Beschluß des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik vom 23. 3. 1978 zur Einführung des Internationalen Einheitensystems werden daher in den Diagrammen bei den technisch-physikalischen Größen Kraft, Druck und Energie sowohl die SI-fremden Einheiten als auch die SI-Basiseinheit bzw. die abgeleiteten SI-Einheiten angegeben.

2.2. Diagramme

D 1 bis D 10.8

D 1 Wiedergabe der Oszillografenaufnahmen beim Versuch nach Bild 6 für eine willkürlich ausgewählte Parameterkombination m, d, Δ, v_r mit fünf verschiedenen Werten \dot{x}_0



D 2.1. $x_E = x_E(\dot{x}_0)$

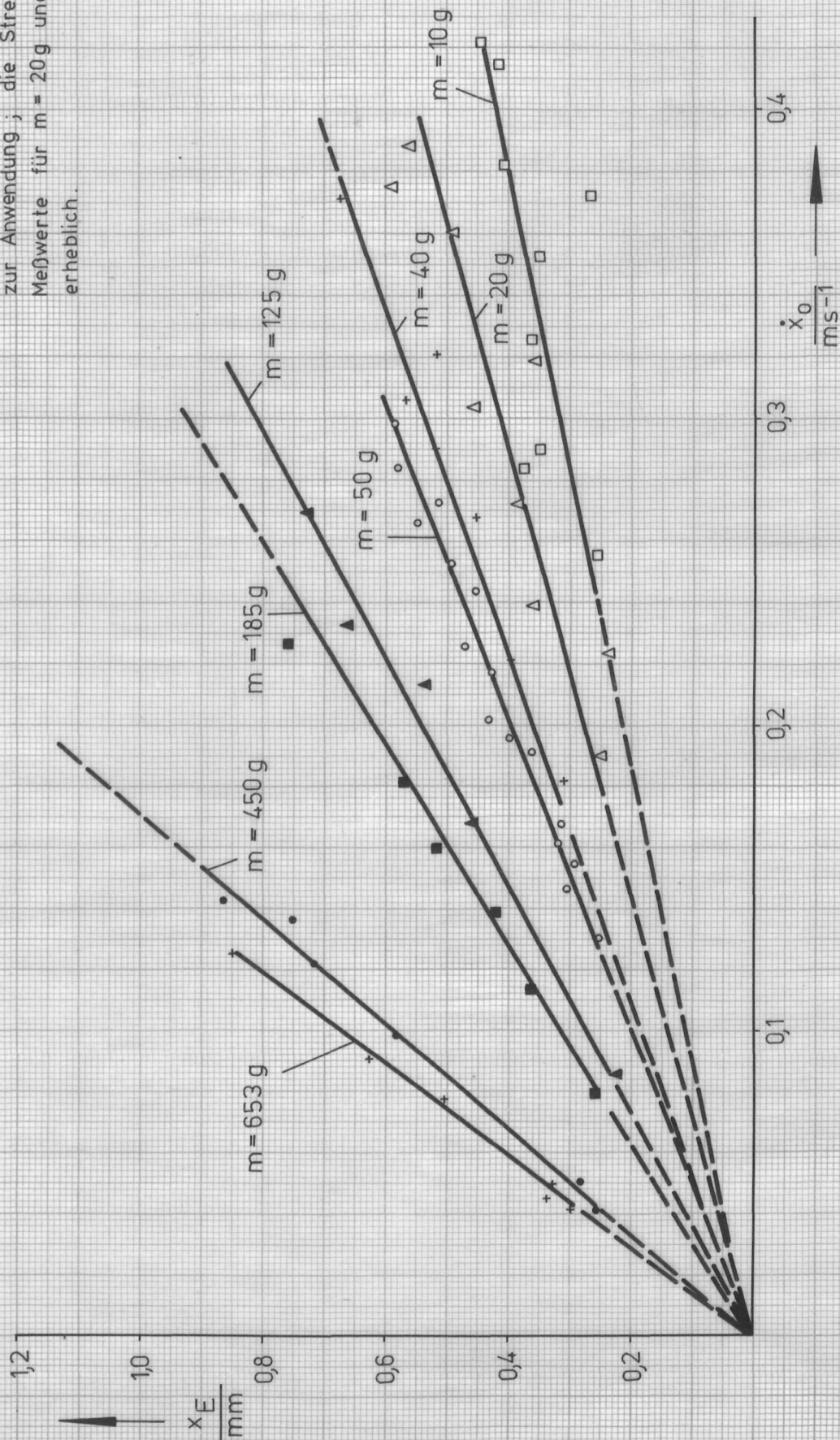
$d = 0,3 \text{ mm}$

$v_r = \Lambda = 0$

Parameter : m

Bemerkung :

für $m = 20 \text{ g}$, 40 g und 50 g kamen die Versuche nach Bild 6 und 11 gemeinsam zur Anwendung ; die Streuung der Meßwerte für $m = 20 \text{ g}$ und 10 g ist z.T. erheblich.



D 2.2. $x_E = x_E \text{ (m)}$

Parameter : $d = 0,3 \text{ mm (Zyl.)}$

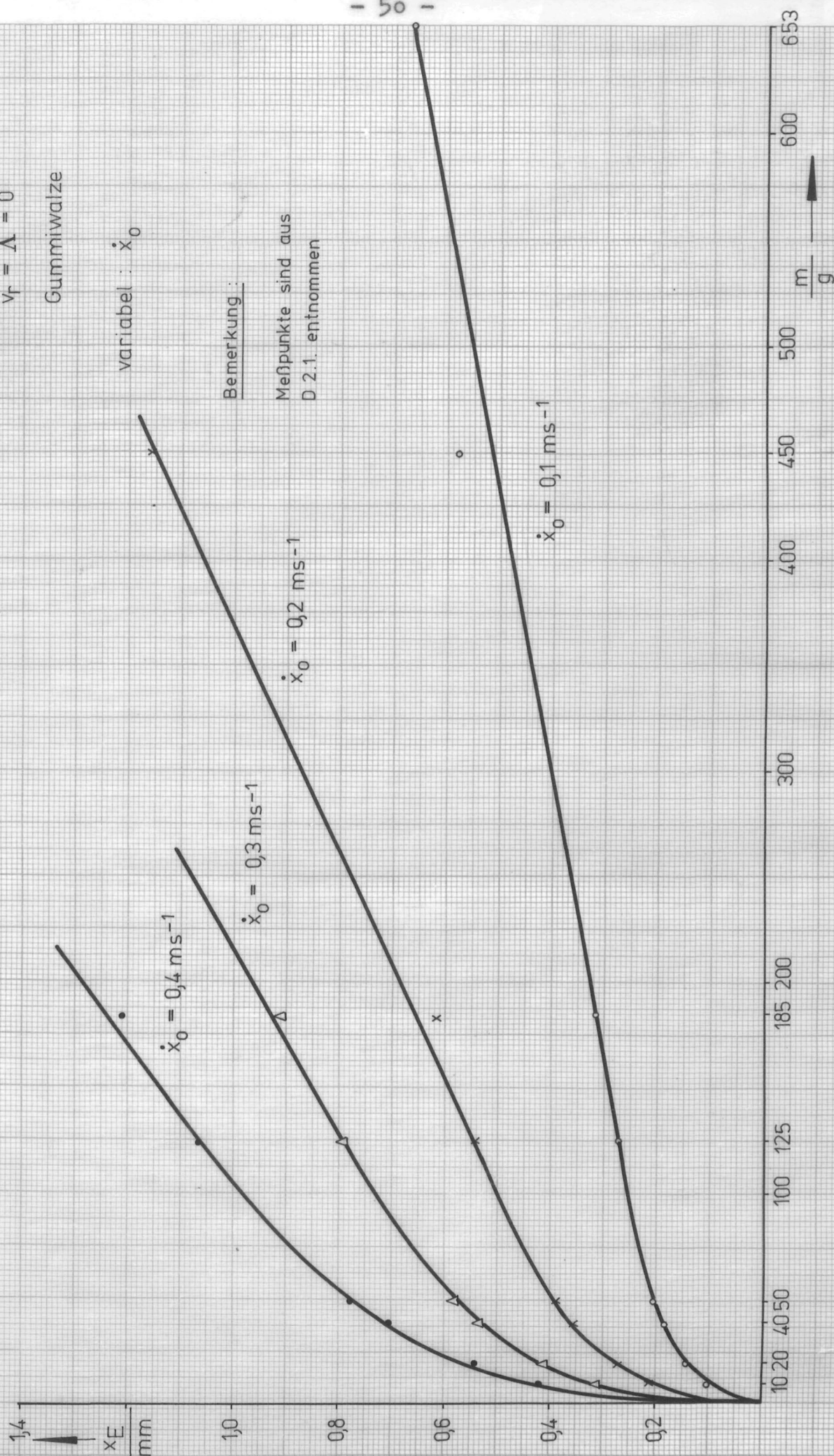
$$v_r = \Lambda = 0$$

Gummiwalze

variabel : \dot{x}_0

Bemerkung :

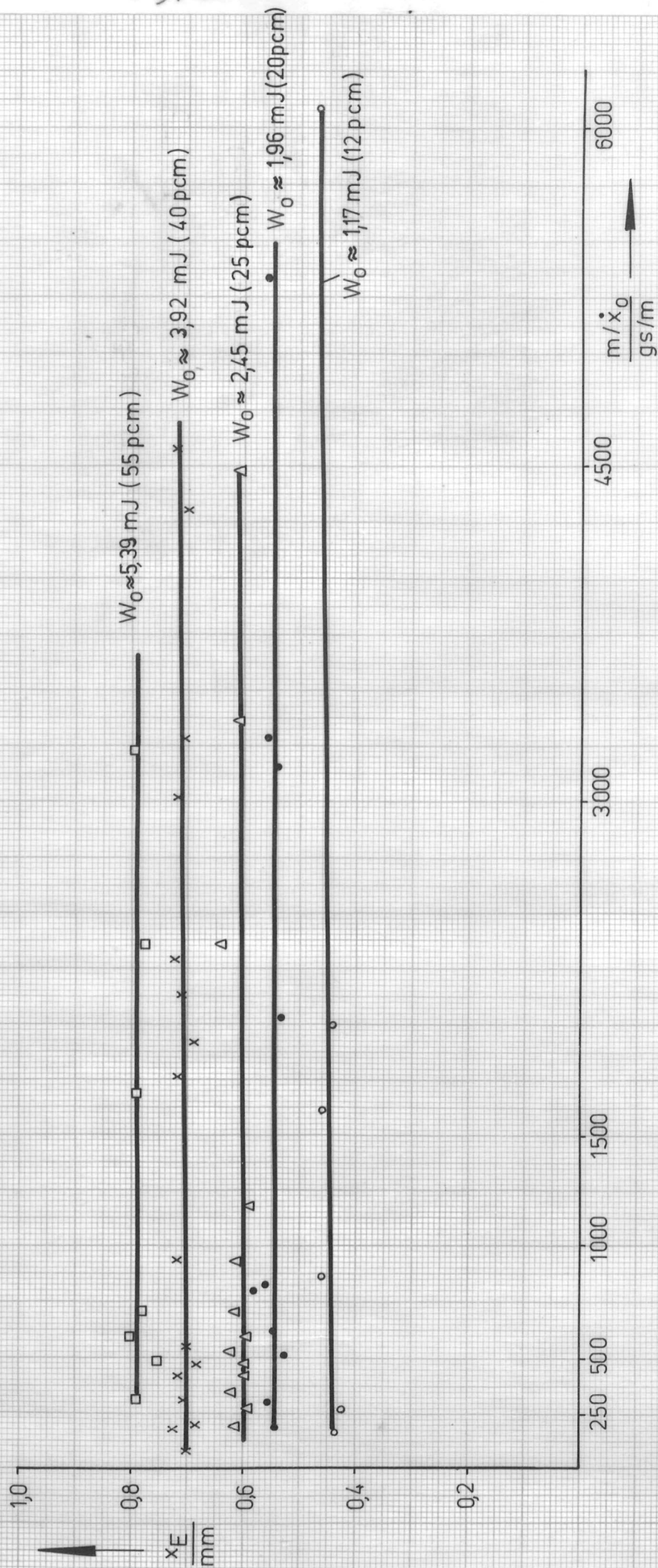
Meßpunkte sind aus
D 2.1. entnommen



D 2.3. Einfluß von $V = \frac{m}{\dot{x}_0}$ auf x_E bei $W_0 = \text{const.}$

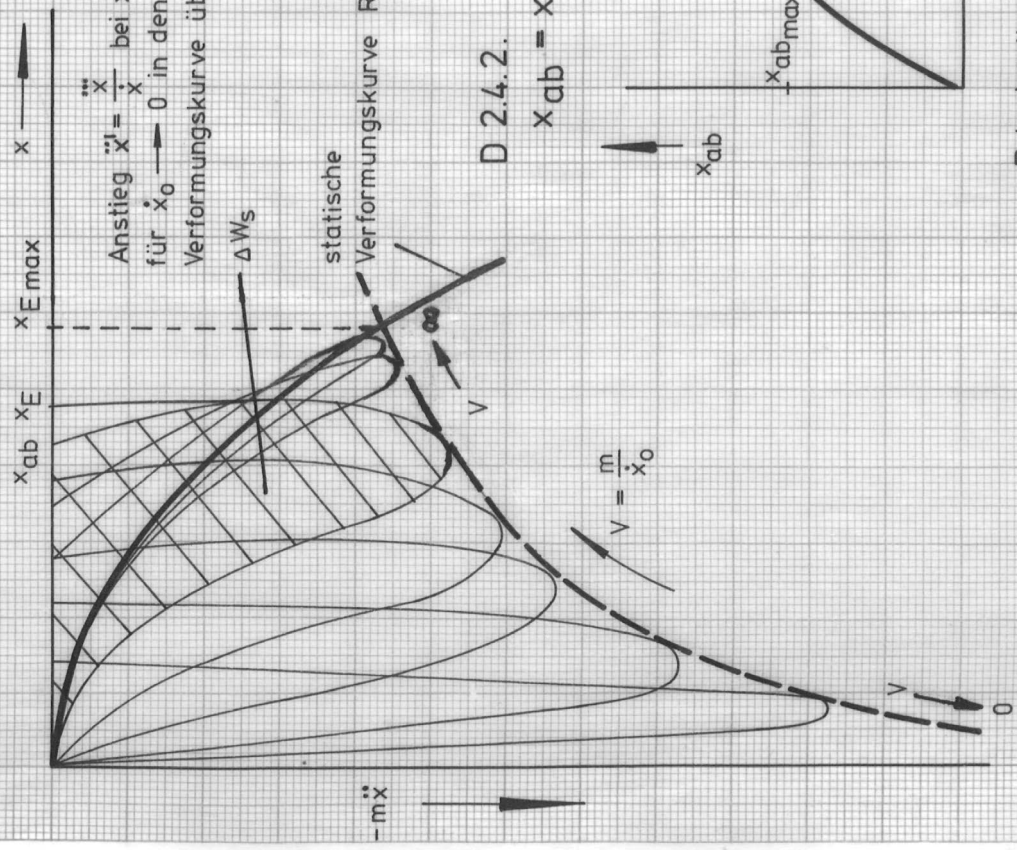
$$d = 0,3 \text{ mm} ; \quad v_f = \Delta = 0$$

(Einbezogen wurden die Massen der Kennziffern 4 bis 9 (s. Tabelle 2))

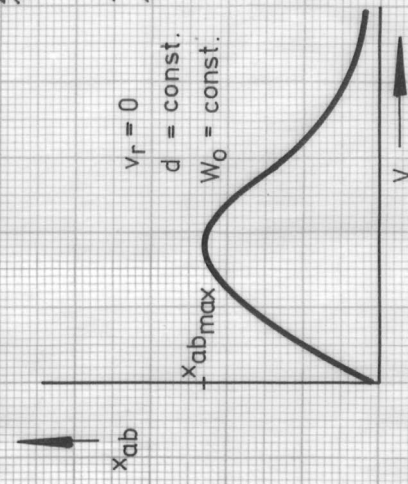


D 2.4. $\Delta W_S = \Delta W_S (V)$

Prinzipieller Verlauf der Hysterese funktion bei Änderung der Verhältniszahl V ($W_0 = \text{const.}$)



D 2.4.2. $x_{ab} = x_{ab}(V)$

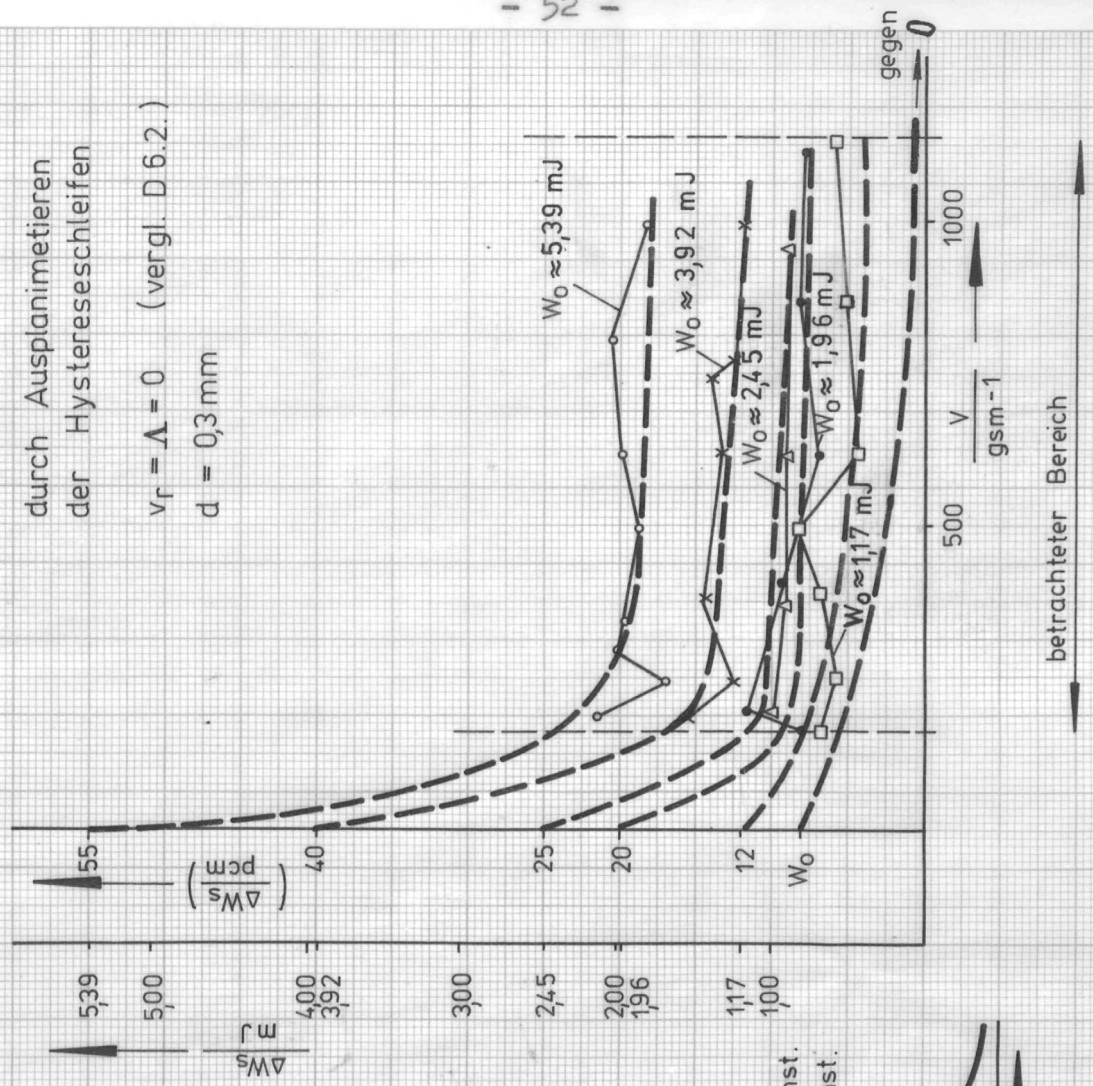


Prinzipieller Verlauf der Funktion $x_{ab} = x_{ab}(V)$

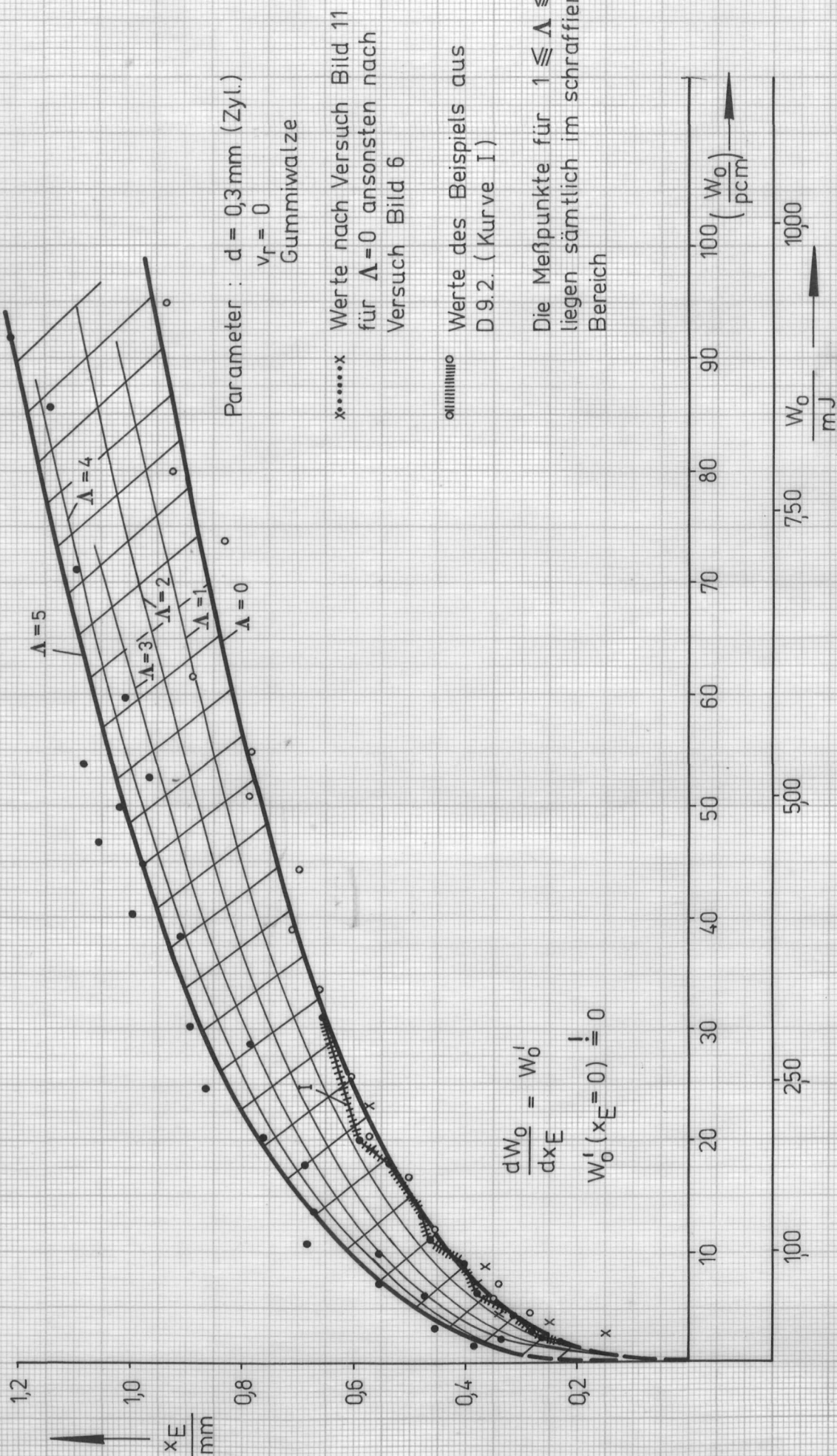
D 2.4.1. $\Delta W_S = \Delta W_S (V) \quad V = \frac{m}{x_0}$

durch Ausplanimetrieren der Hystereseschleifen

$v_r = \Delta = 0$ (vergl. D 6.2.)
 $d = 0,3 \text{ mm}$

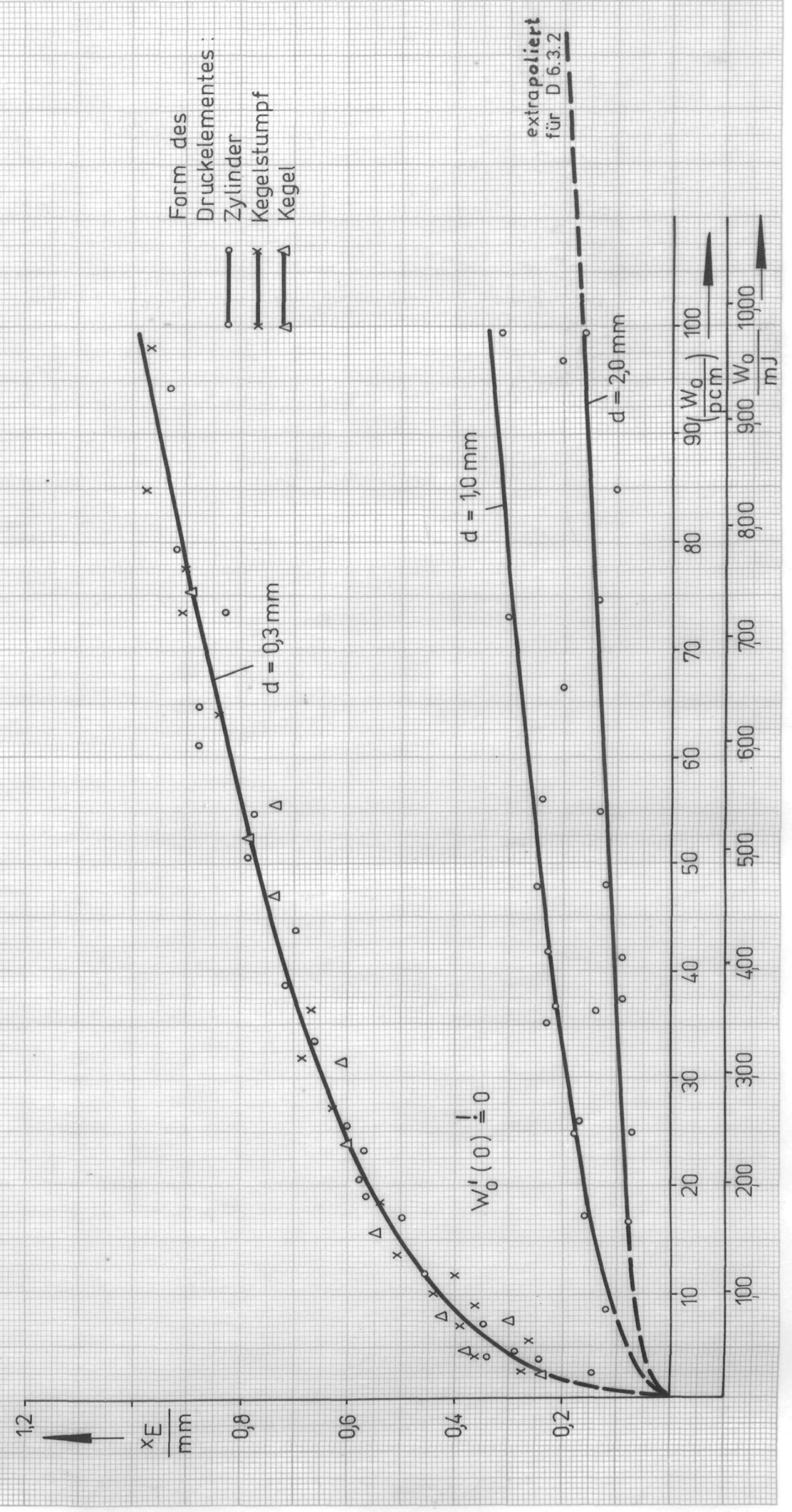


D 2.5. $x_E = x_E(W_0)$



D 2.6. Maximale Eindringung x_E in Abhängigkeit von W_0 mit d als Parameter

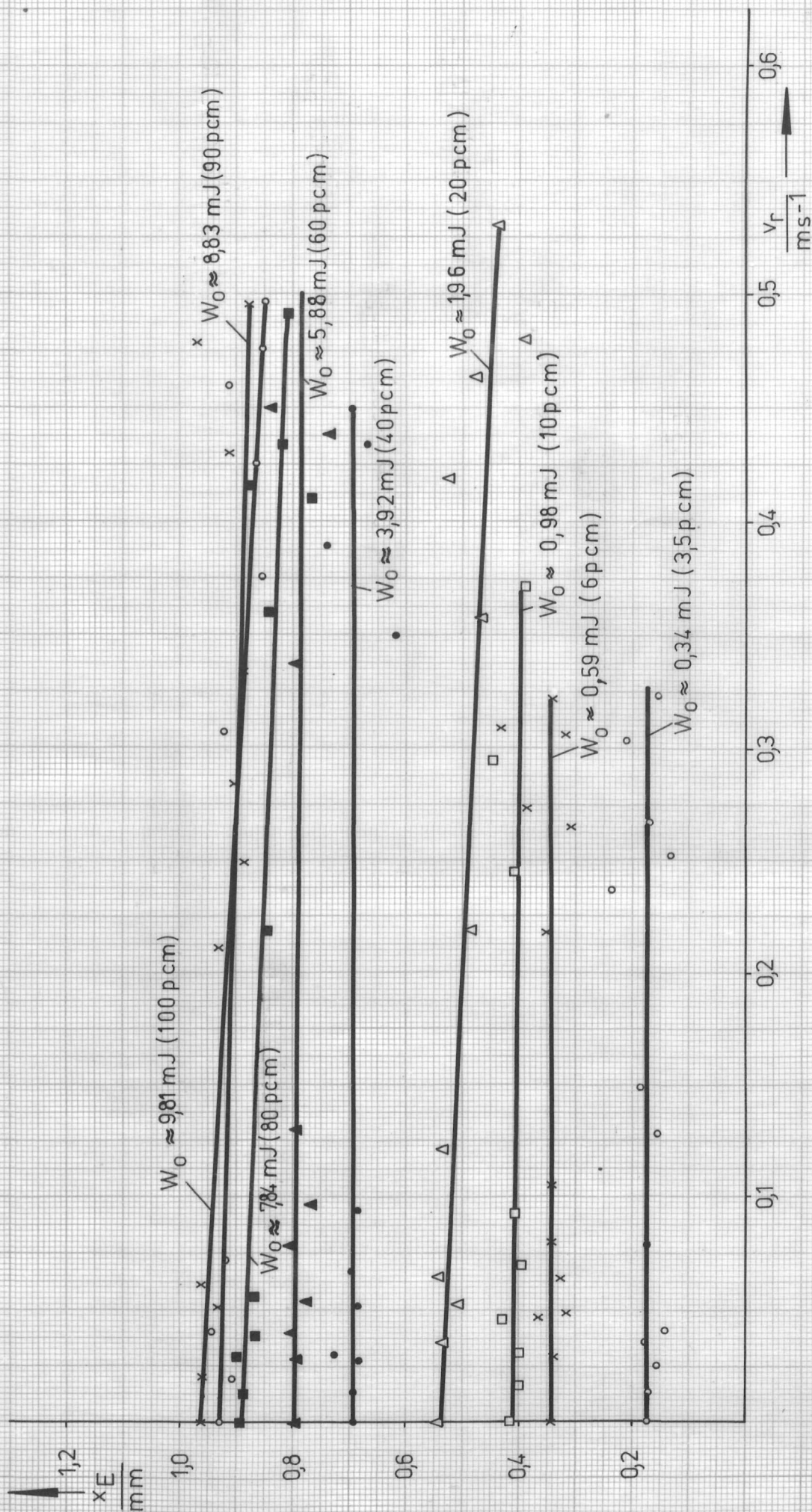
$$v_r = \Lambda = 0 ; \text{ Gummiwalze}$$



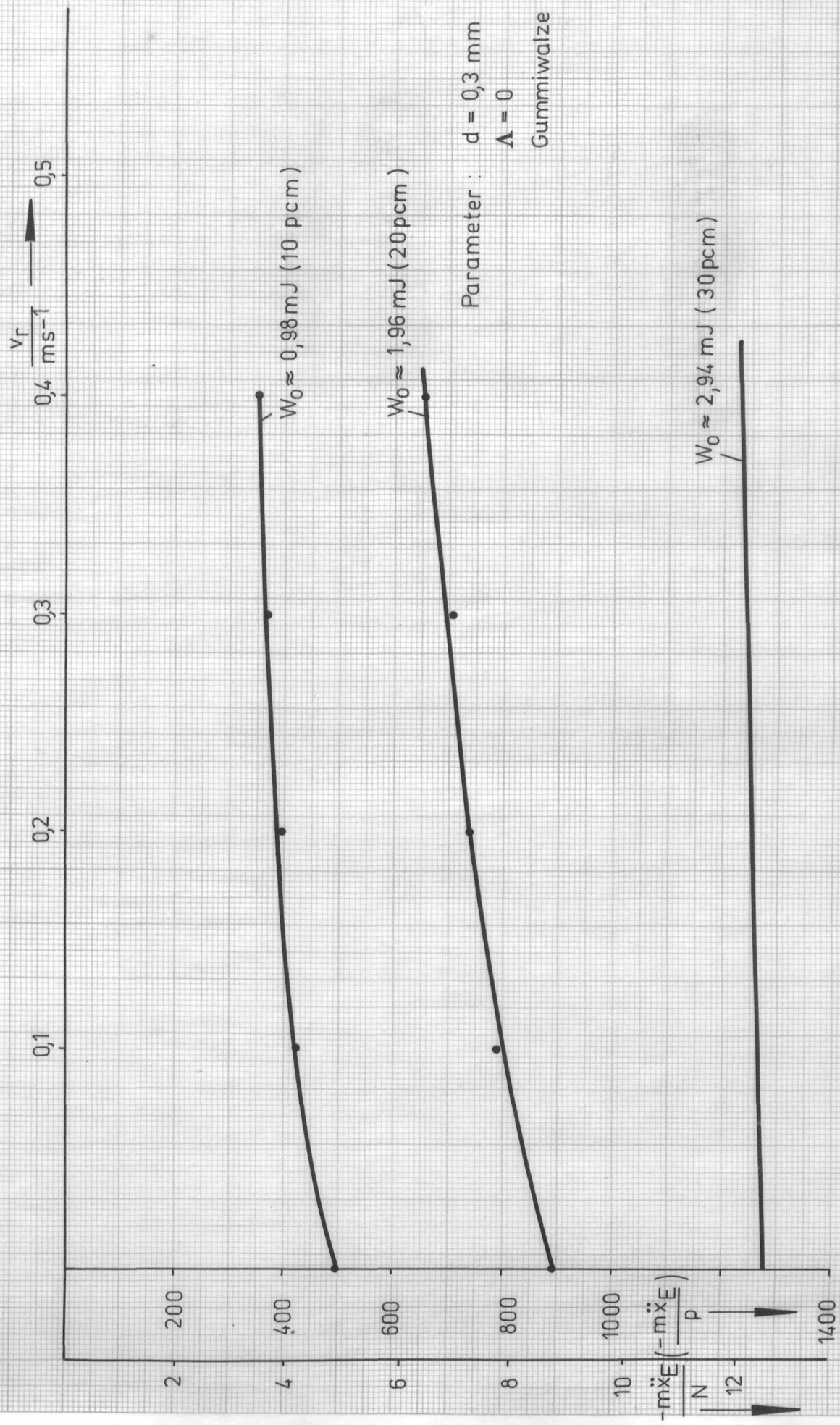
D 2.7 $x_E = x_E(v_r)$

(Messung mit verschiedenen Massen)

$d = 0,3 \text{ mm}$ (Zyl.) ; $\Delta = 0$

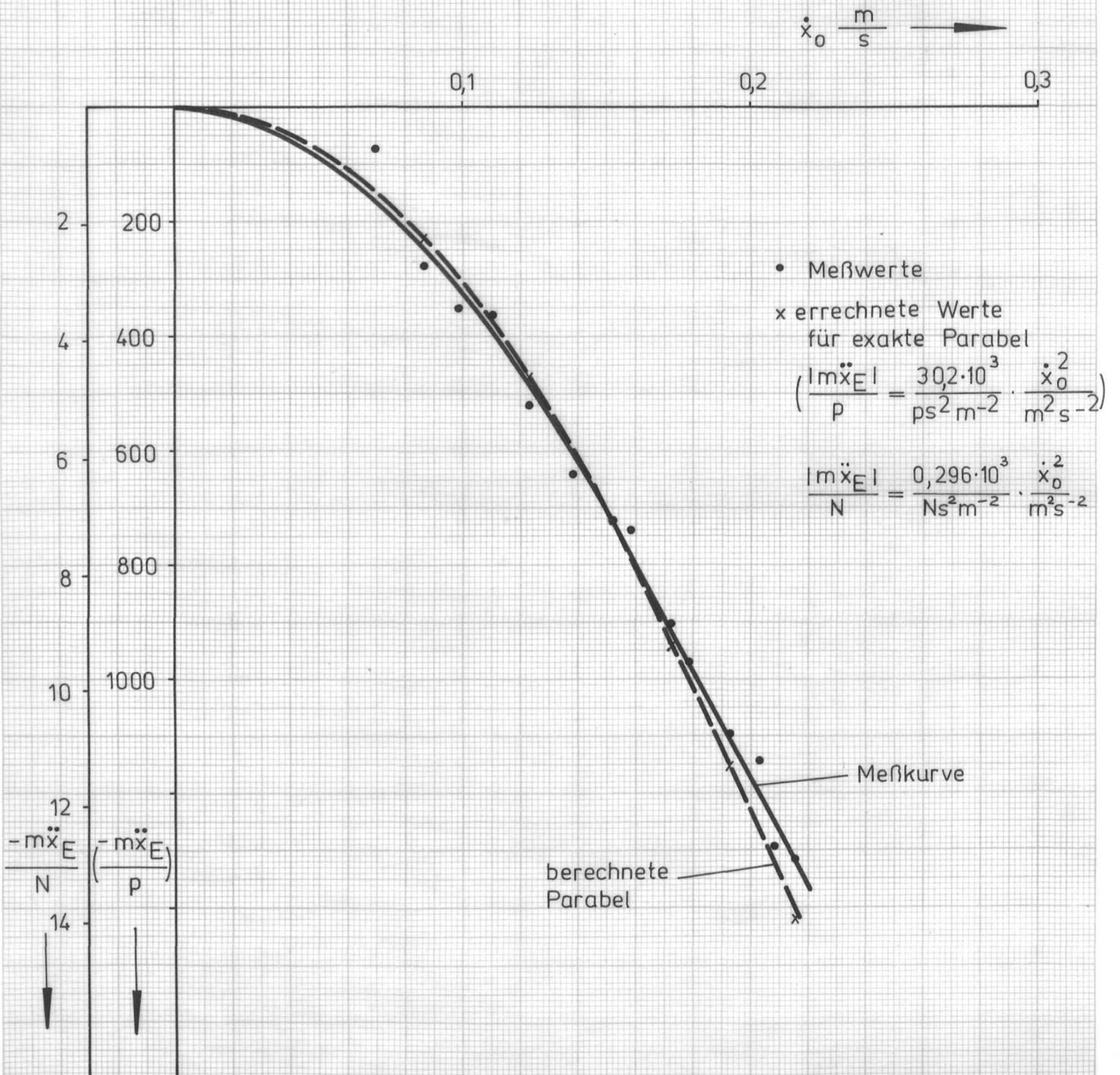


D 31. Absinken des Maximalwertes der Stoßkraft bei wachsender Relativgeschwindigkeit v_r
(orthogonal zur Stoßrichtung) zwischen beiden Stoßkörpern



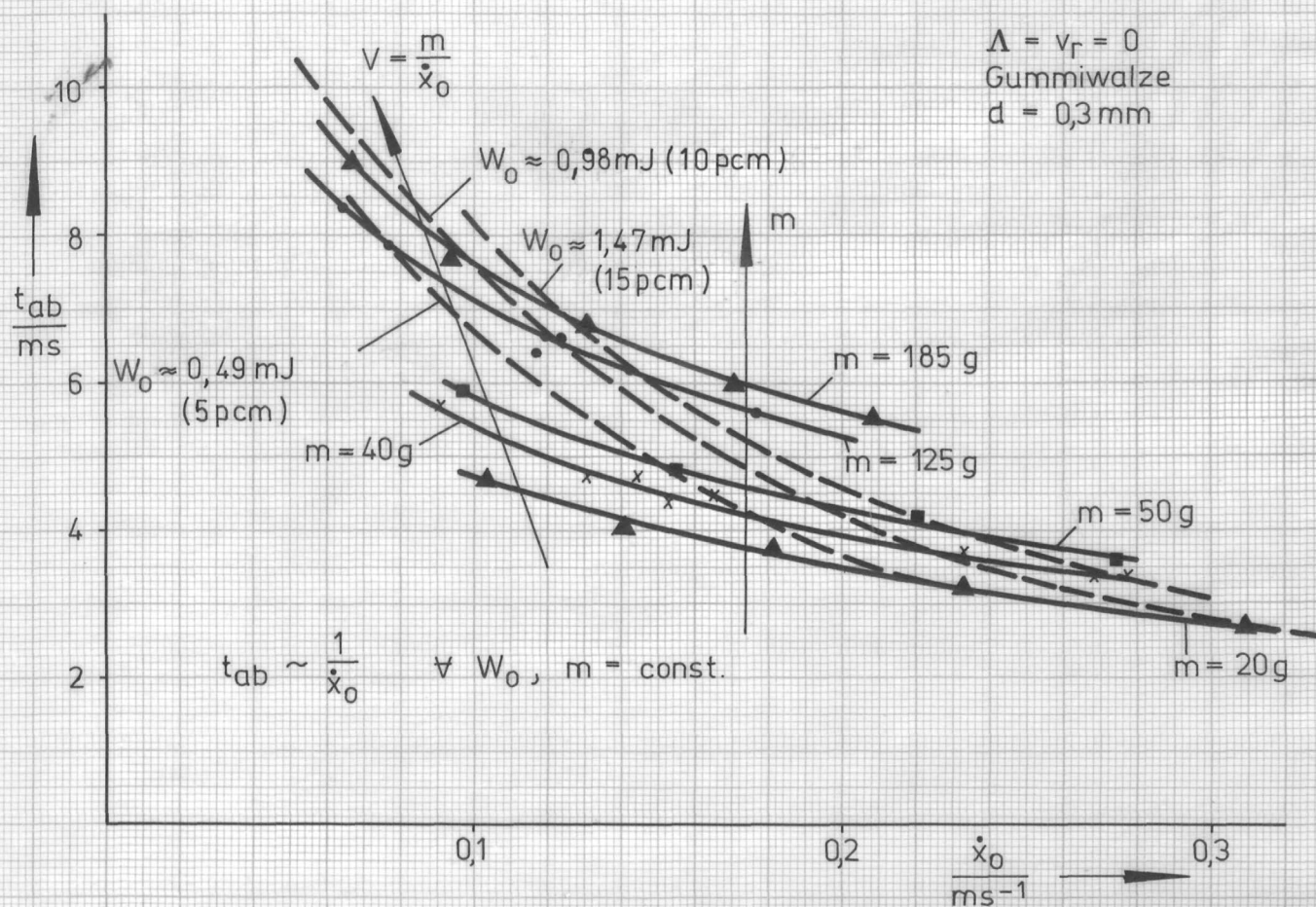
D 3.2. Einfluß der Auftreffgeschwindigkeit \dot{x}_0 des stoßenden Körpers auf den Extremwert $-m\ddot{x}_E$ der Stoßkraft am

Beispiel der Parameterkombination : $m = 125 \text{ g}$
 $d = 0,3 \text{ mm (Zyl.)}$
 $v_r = \Lambda = 0$

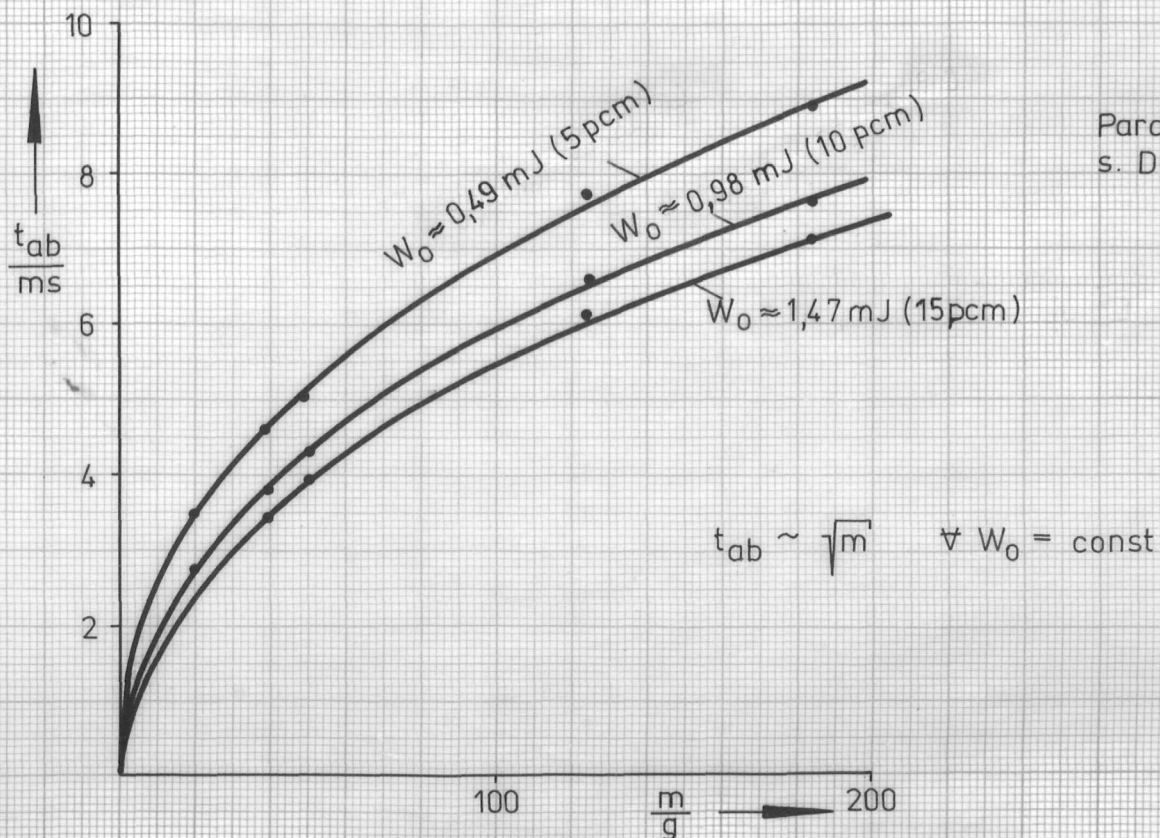


D 4.1.1. $t_{ab} = t_{ab}(\dot{x}_0, m = \text{const.})$ ———

$t_{ab} = t_{ab}(\dot{x}_0, w_0 = \text{const.})$ - - -

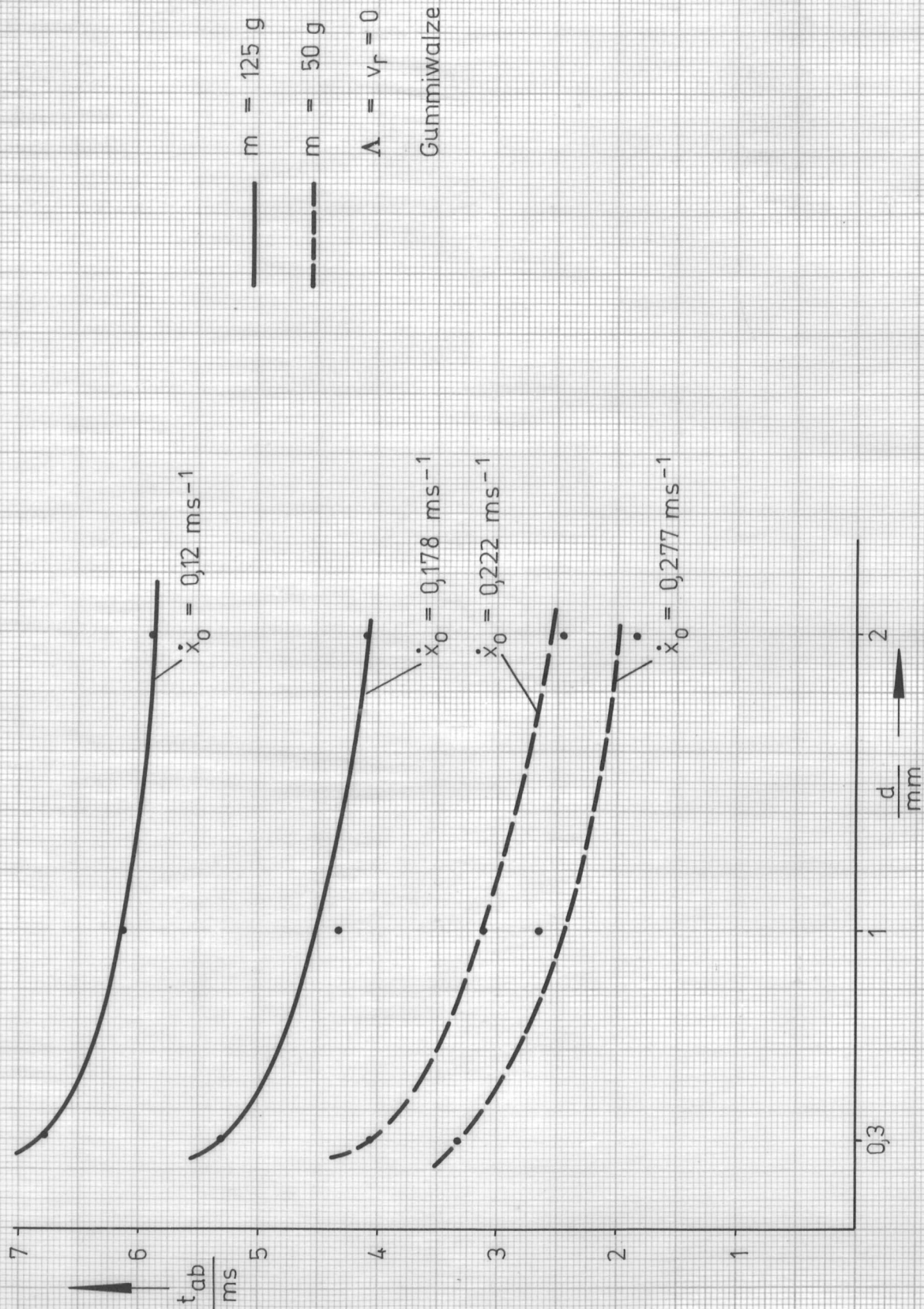


D 4.1.2. $t_{ab} = t_{ab}(m, W_0 = \text{const.})$

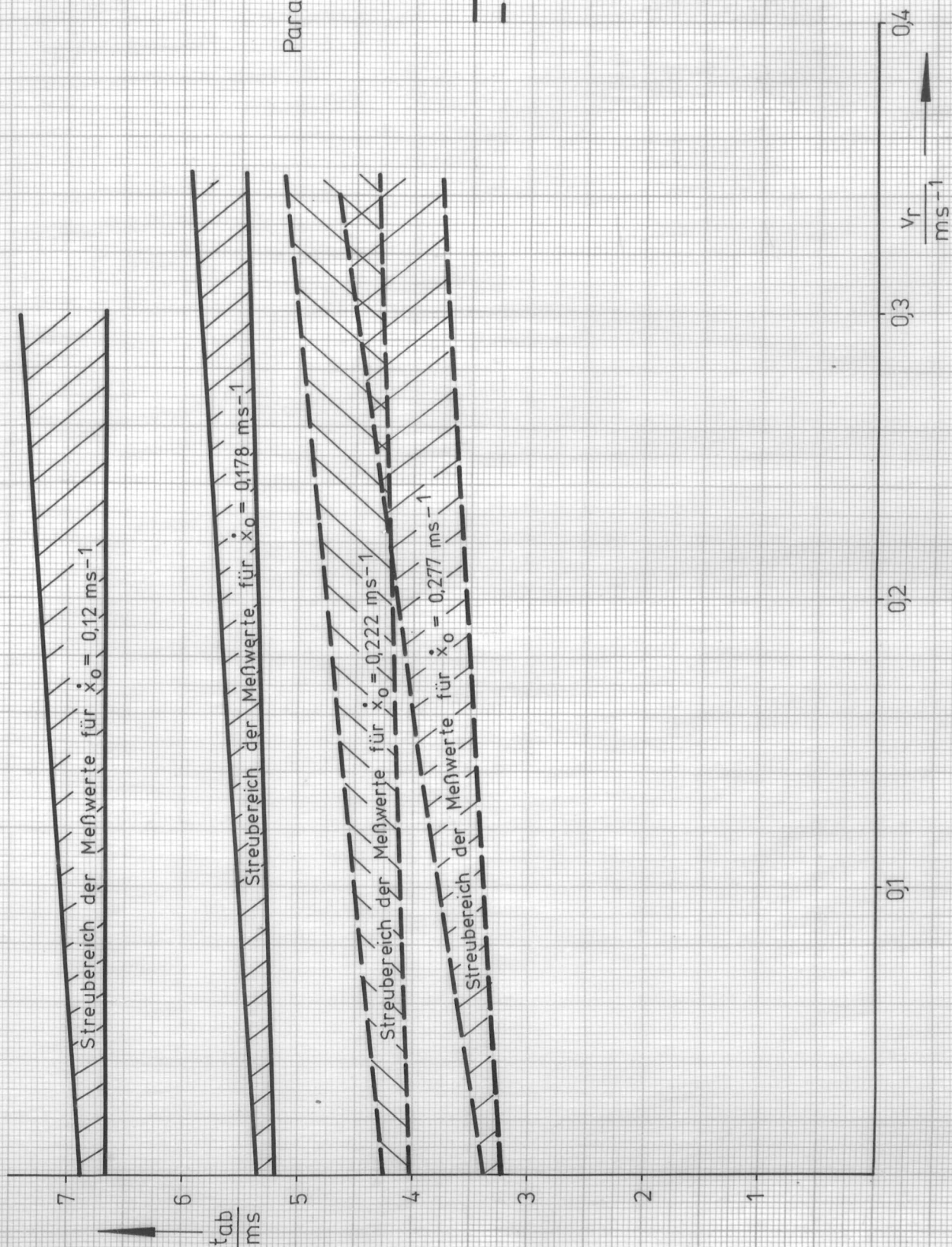


D 4.2. Abhängigkeit der Stoßdauer vom Durchmesser des zylindrischen Stoffelementes am

Beispiel je zweier willkürlich ausgewählter Werte \dot{x}_0 und m



D 4.3 $t_{ab} = t_{ab}(v_r)$



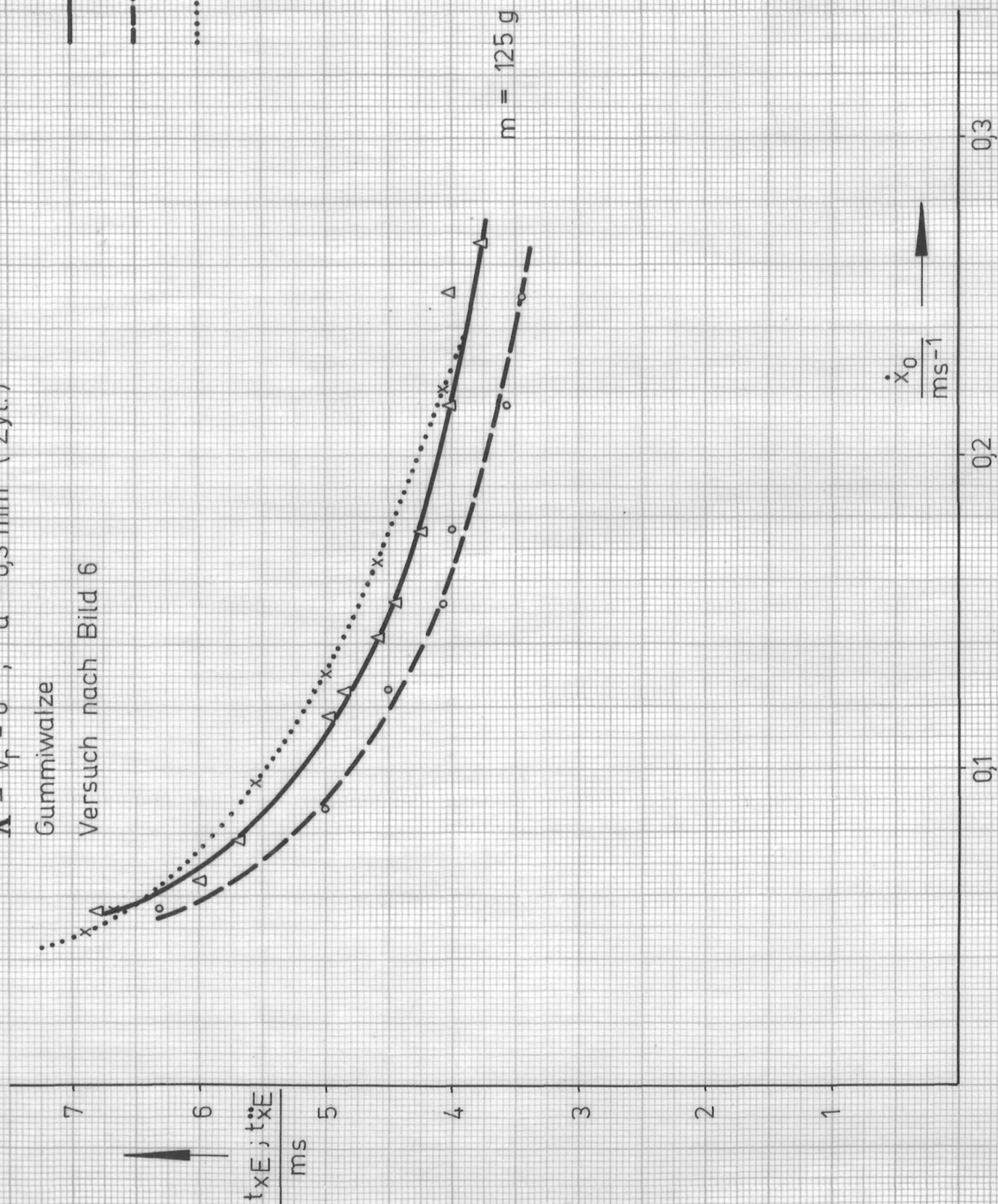
D 4.4. t_{xE} , $t_{\ddot{x}E}$ (\dot{x}_0 ; $m = \text{const.}$)

$\Lambda = v_r = 0$; $d = 0,3 \text{ mm}$ (Zyl.)

Gummiwalze

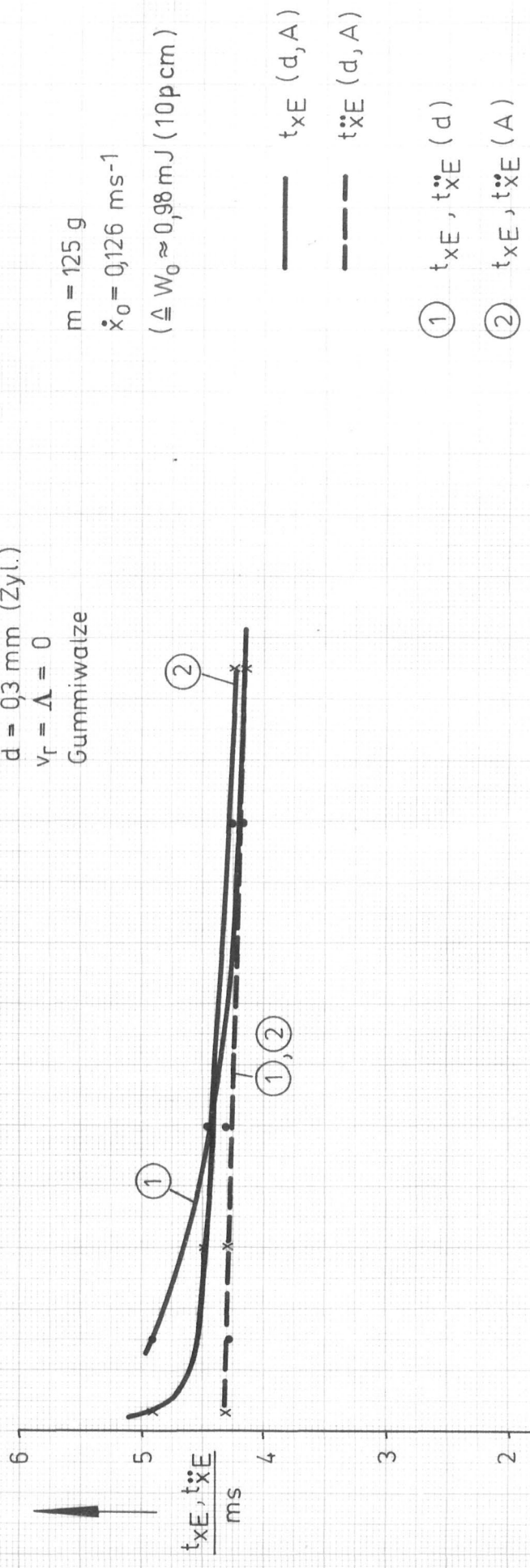
Versuch nach Bild 6

- t_{xE} (\dot{x}_0 ; $m = \text{const.}$)
 - - - $t_{\ddot{x}E}$ (\dot{x}_0 ; $m = \text{const.}$)
 - t_{xE} (\dot{x}_0 ; $m = 125 \text{ g}$)
- berechnet nach Glg. (36)



D 4.5. $t_{xE}, t_{\ddot{x}E} (d, A; \dot{x}_0, m = \text{const.})$

$d = 0,3 \text{ mm (Zyl.)}$
 $v_r = \Delta = 0$
Gummiwalze



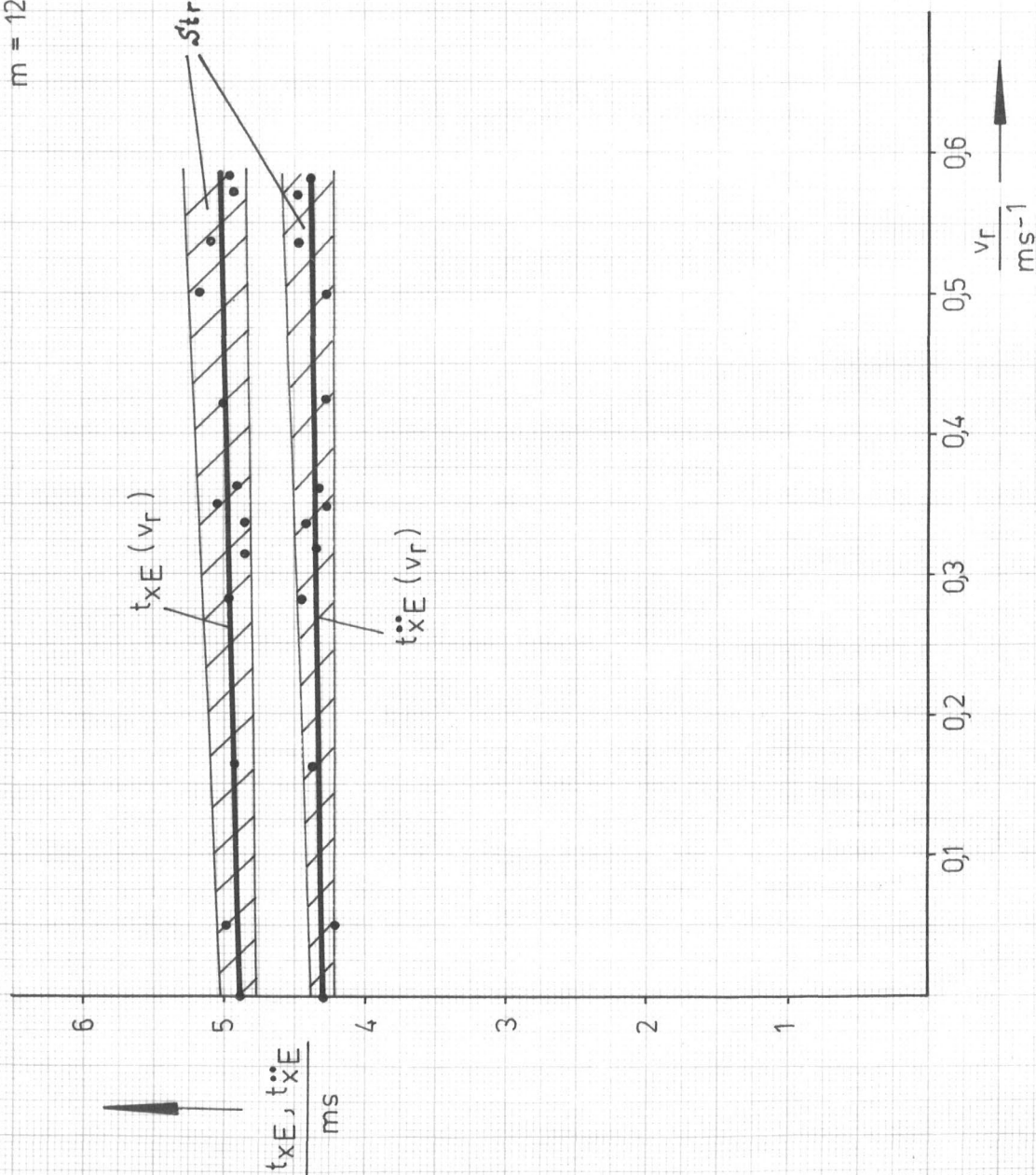
$m = 125 \text{ g}$
 $\dot{x}_0 = 0,126 \text{ ms}^{-1}$
($\triangle W_0 \approx 0,98 \text{ mJ (10 p cm)}$)

- ① $t_{xE}, t_{\ddot{x}E} (d)$
- ② $t_{xE}, t_{\ddot{x}E} (A)$

D 4.6. t_{xE} , $t_{\ddot{x}E}$ (v_r ; $m = \text{const.}$; $d = 0,3 \text{ mm}$; $\dot{x}_0 = 0,126 \text{ ms}^{-1}$)

$\Delta = 0$ Gummiwalze

$m = 125 \text{ g}$ ($\Delta W_0 \approx 0,98 \text{ mJ}$ (10 pcm))



D 4.7.

- ① $\Delta t = \Delta t (\dot{x}_0; m = \text{const}; d = 0,3 \text{ mm}; v_r = 0)$
- ② $\Delta t = \Delta t (d; m = \text{const}; \dot{x}_0 = 0,126 \text{ ms}^{-1}; v_r = 0)$
- ③ $\Delta t = \Delta t (v_r; m = \text{const}; d = 0,3 \text{ mm}; \dot{x}_0 = 0,126 \text{ ms}^{-1})$

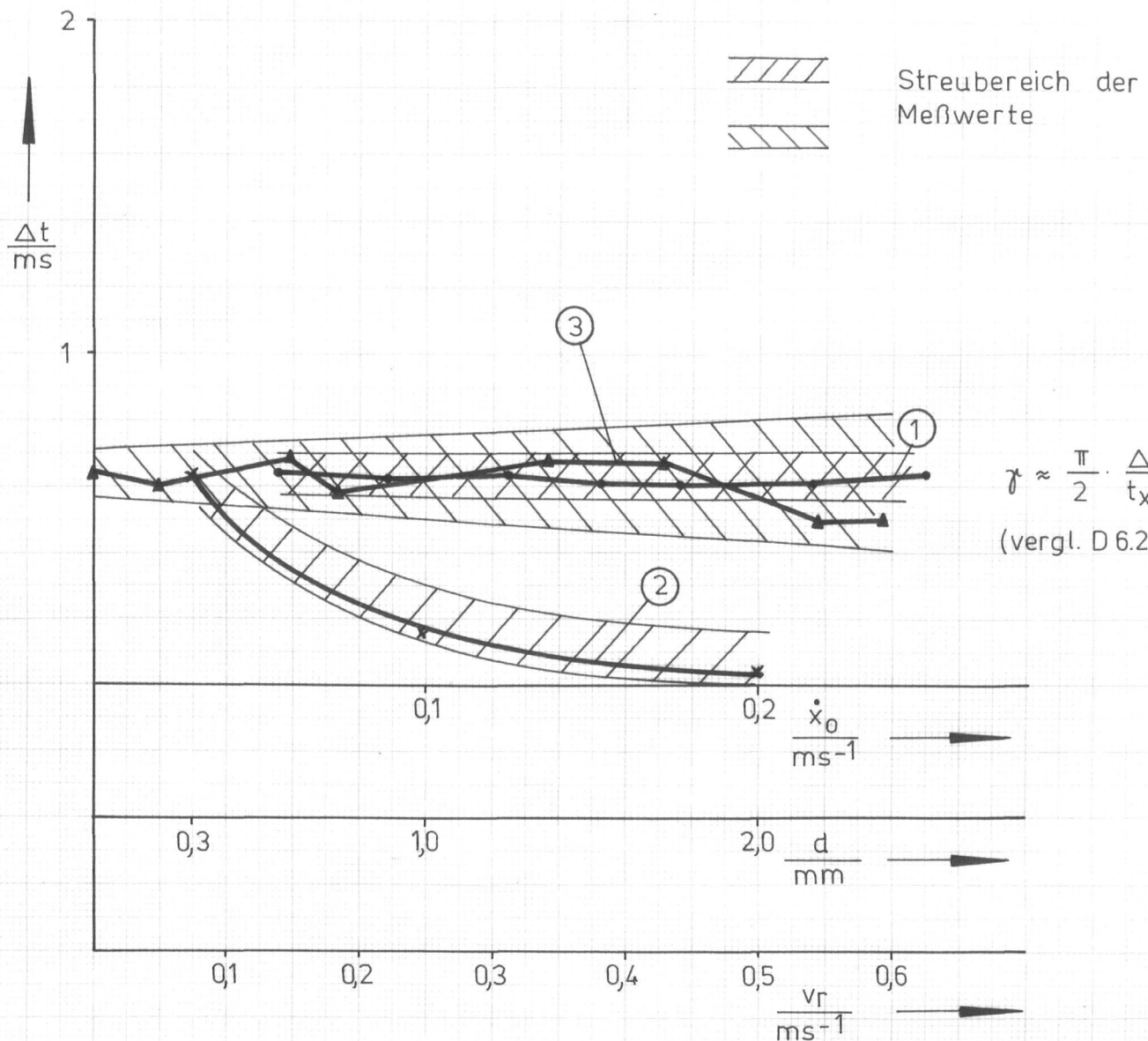
$\Lambda = 0$; Gummiwalze

Versuch nach Bild 6

$m = 125 \text{ g}$ ($\rightarrow W_0 \approx 0,98 \text{ mJ (10 pcm)}$)

für Kurven
② und ③)

(vergl. D 8.)



D 5.1. $t_{aus} = t_{aus}(W_0, p)$

(Versuch nach Bild 6)

Gummiwalze, Farbband : Seide

$d = 0,3 \text{ mm}$ (Zyl.)

$m = 50 \text{ g}$ (daher $V = \text{const.}$)

$v_r = 0$

$\Delta = 1$: Papier Y (s. Tab. 2)

$\Delta = 2$ bis 5 : Durchschlagpapier

Kennzeichnung	Δ
o	0 ohne Farb.
x	0 mit Farb.
•	1
Δ	2
\square	3
\blacktriangle	5
\blacksquare	Karteikarte



D 5.2.1. $t_{\text{aus}} = t_{\text{aus}}(\Lambda, W_0)$

(Versuch nach Bild 6)

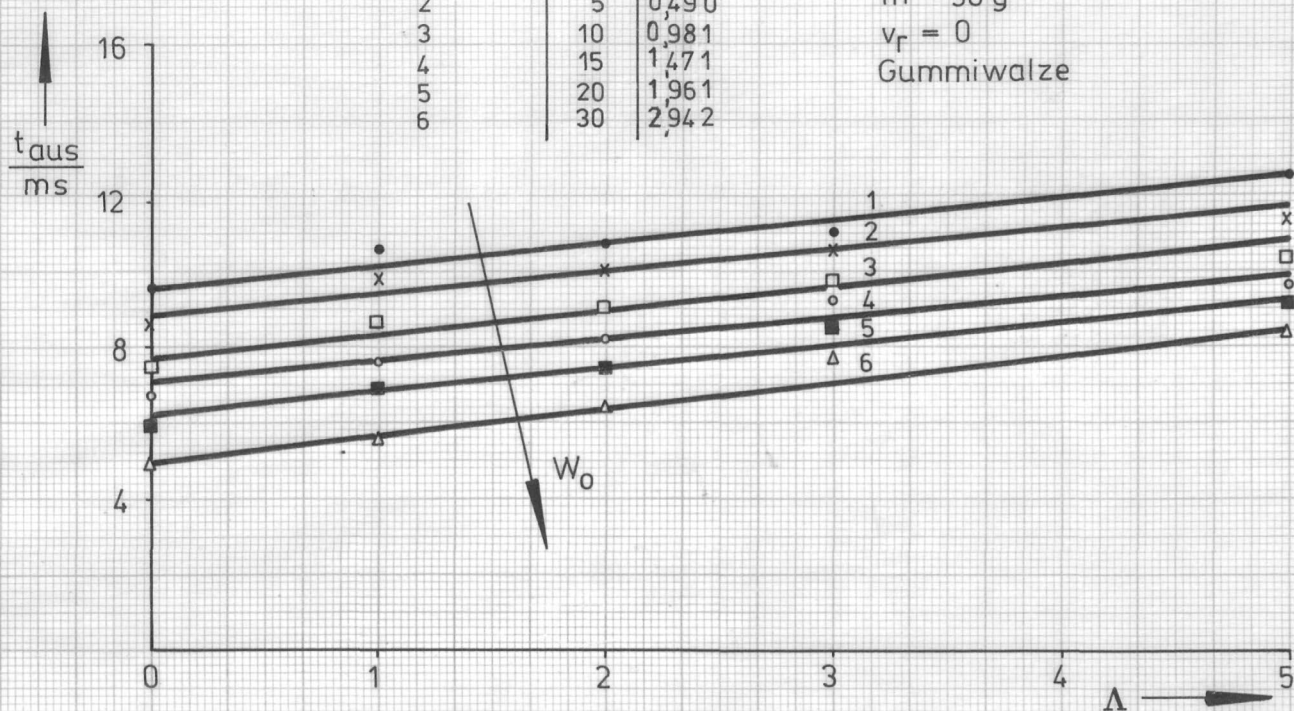
Kurvennr.	$\left(\frac{W_0}{\text{pcm}}\right)$	$\frac{W_0}{\text{mJ}}$
1	2	0,196
2	5	0,490
3	10	0,981
4	15	1,471
5	20	1,961
6	30	2,942

$d = 0,3 \text{ mm (Zyl.)}$

$m = 50 \text{ g}$

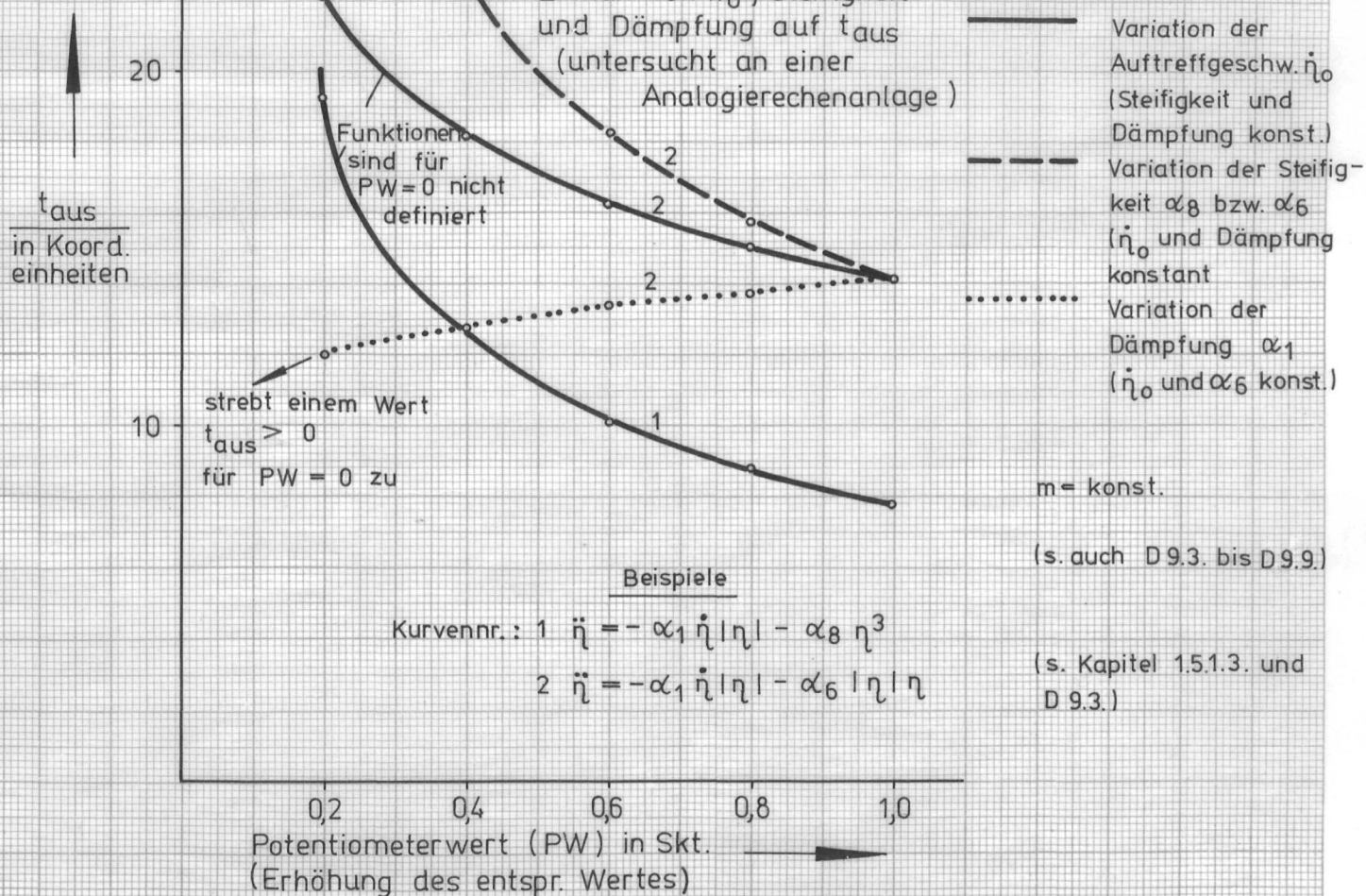
$v_r = 0$

Gummiwalze

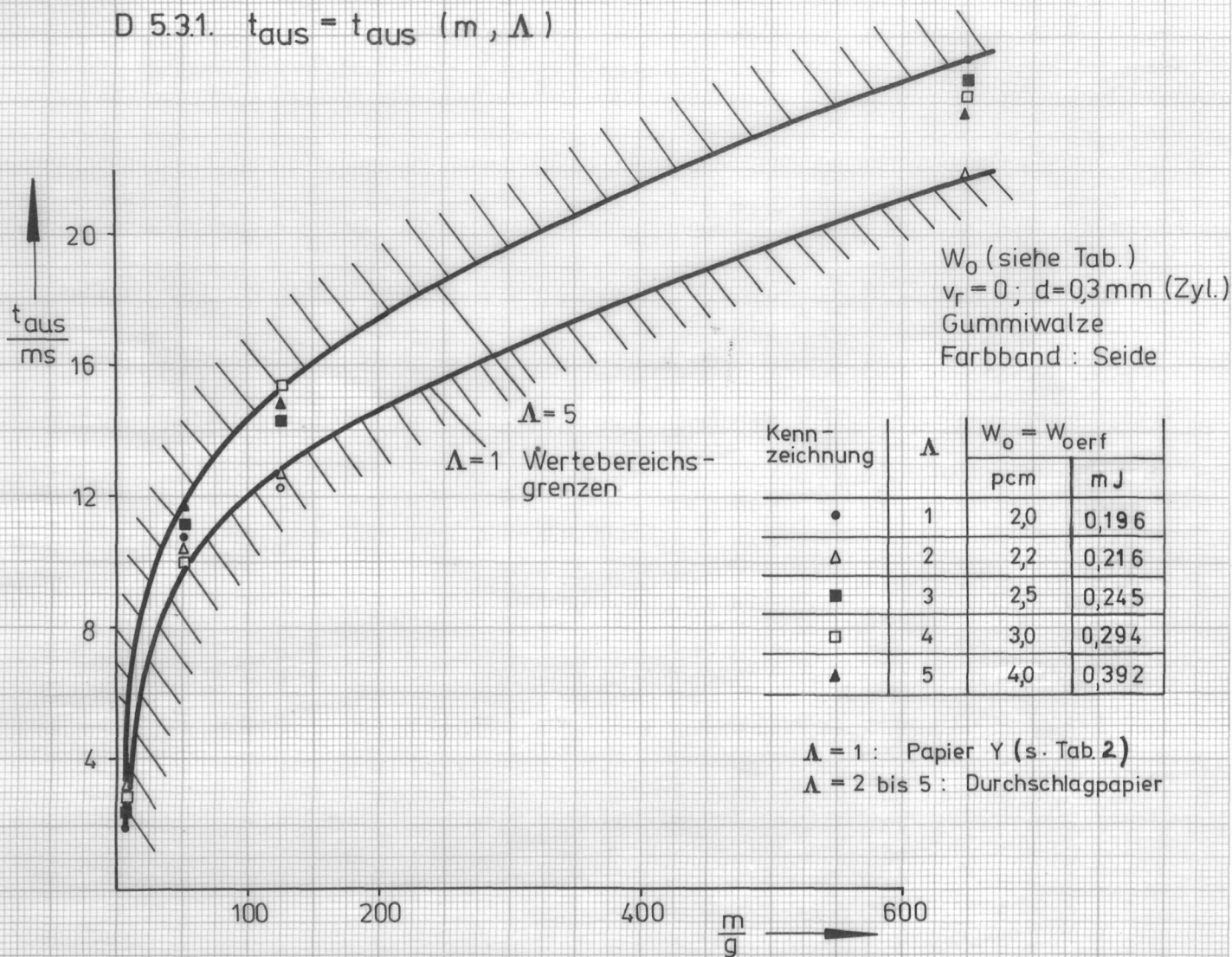


D 5.2.2.

Einfluß von \dot{x}_0 , Steifigkeit und Dämpfung auf t_{aus}
(untersucht an einer Analogierechenanlage)

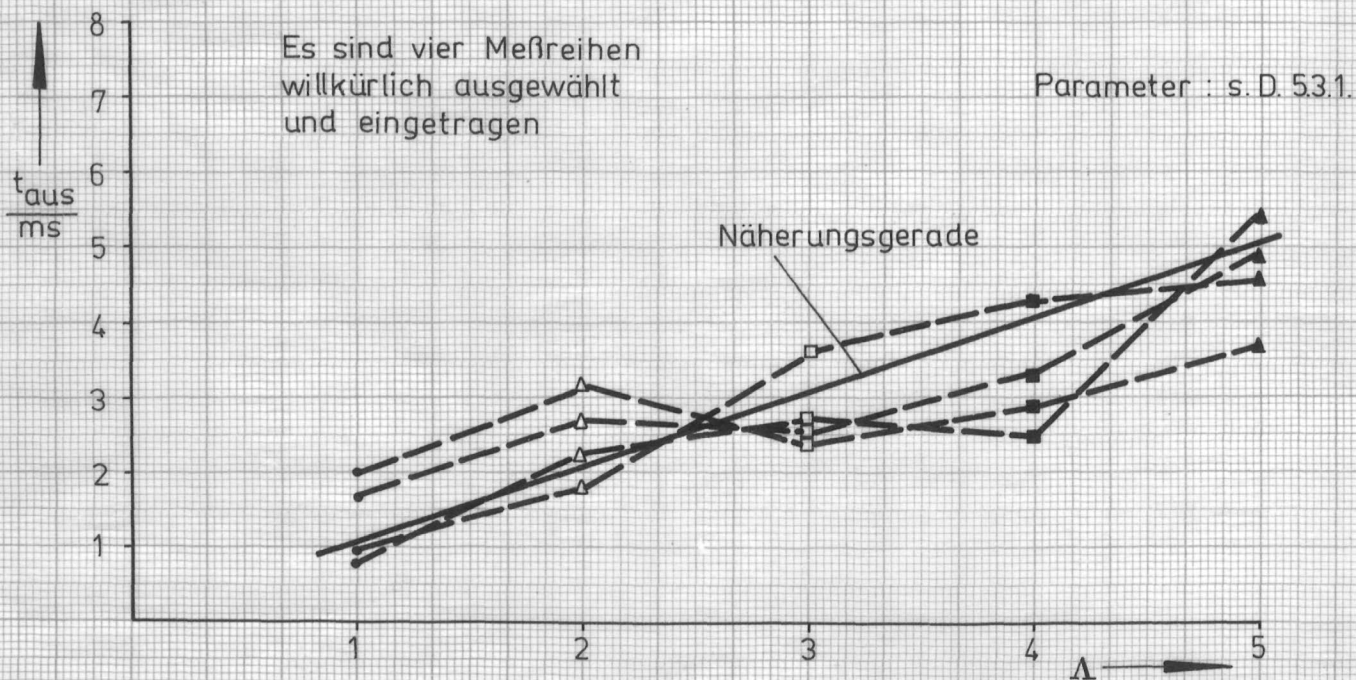


D 5.3.1. $t_{\text{aus}} = t_{\text{aus}}(m, \Lambda)$



D 5.3.2. $t_{\text{aus}} = t_{\text{aus}}(\Lambda, m = 5 \text{ g})$

[vergl. D 5.2.1.]



D 5.4. $t_{aus} = t_{aus}(W_0)$

Vergleich Gummiwalze / Al - Walze

(in Ergänzung zu D 5.1.)

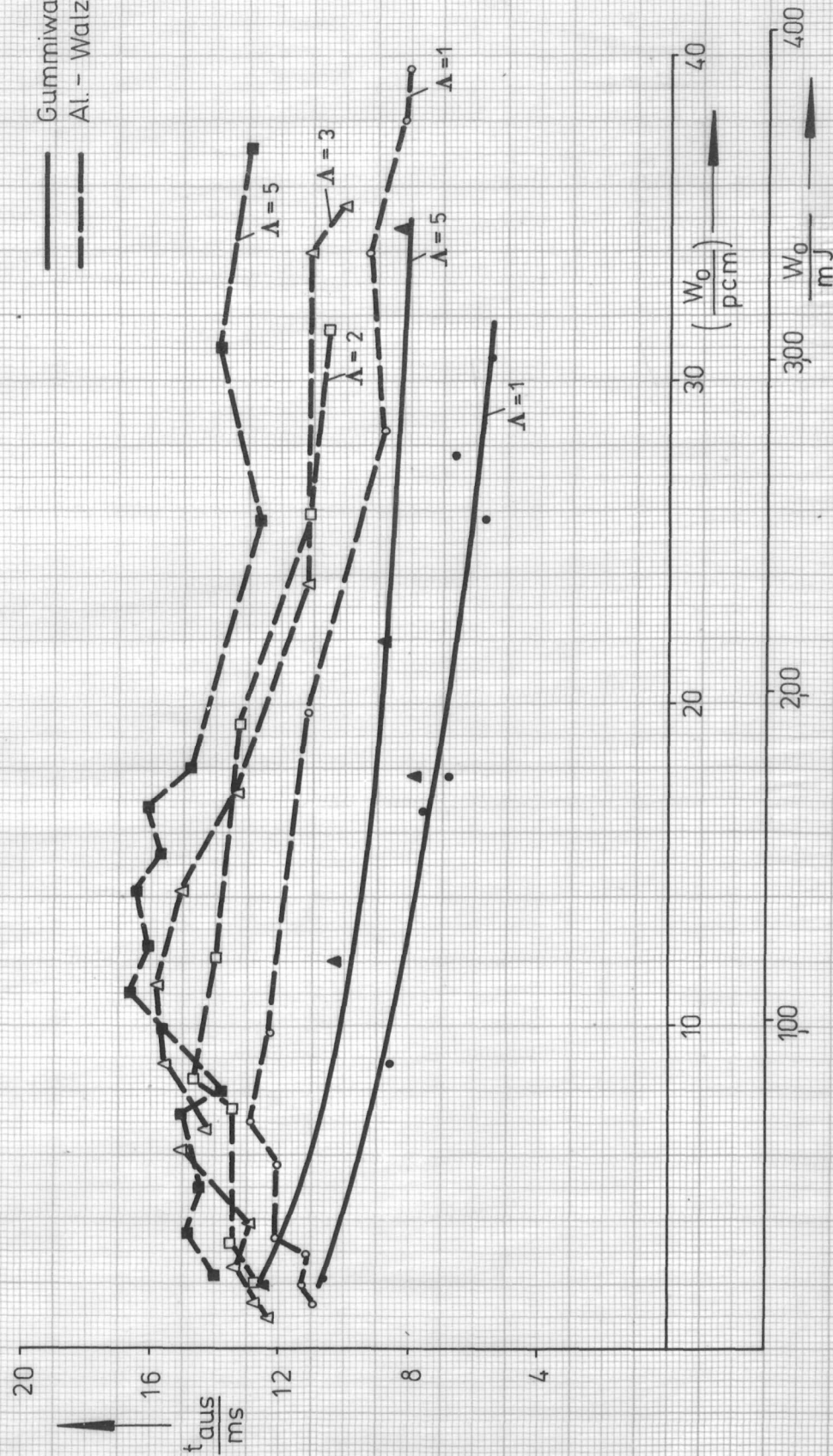
Parameter : $m = 50 \text{ g}$
 $d = 0,3 \text{ mm (Zyl.)}$
 $v_r = 0$

— Gummiwalze
 --- Al - Walze

- $\Lambda = 1$
- ▲ $\Lambda = 5$
- $\Lambda = 1$
- $\Lambda = 2$
- △ $\Lambda = 3$
- $\Lambda = 5$

$\Lambda = 1$: Papier Y
 (s. Tab. 2)

$\Lambda = 2$ bis 5 :
 Durchschlagpapier

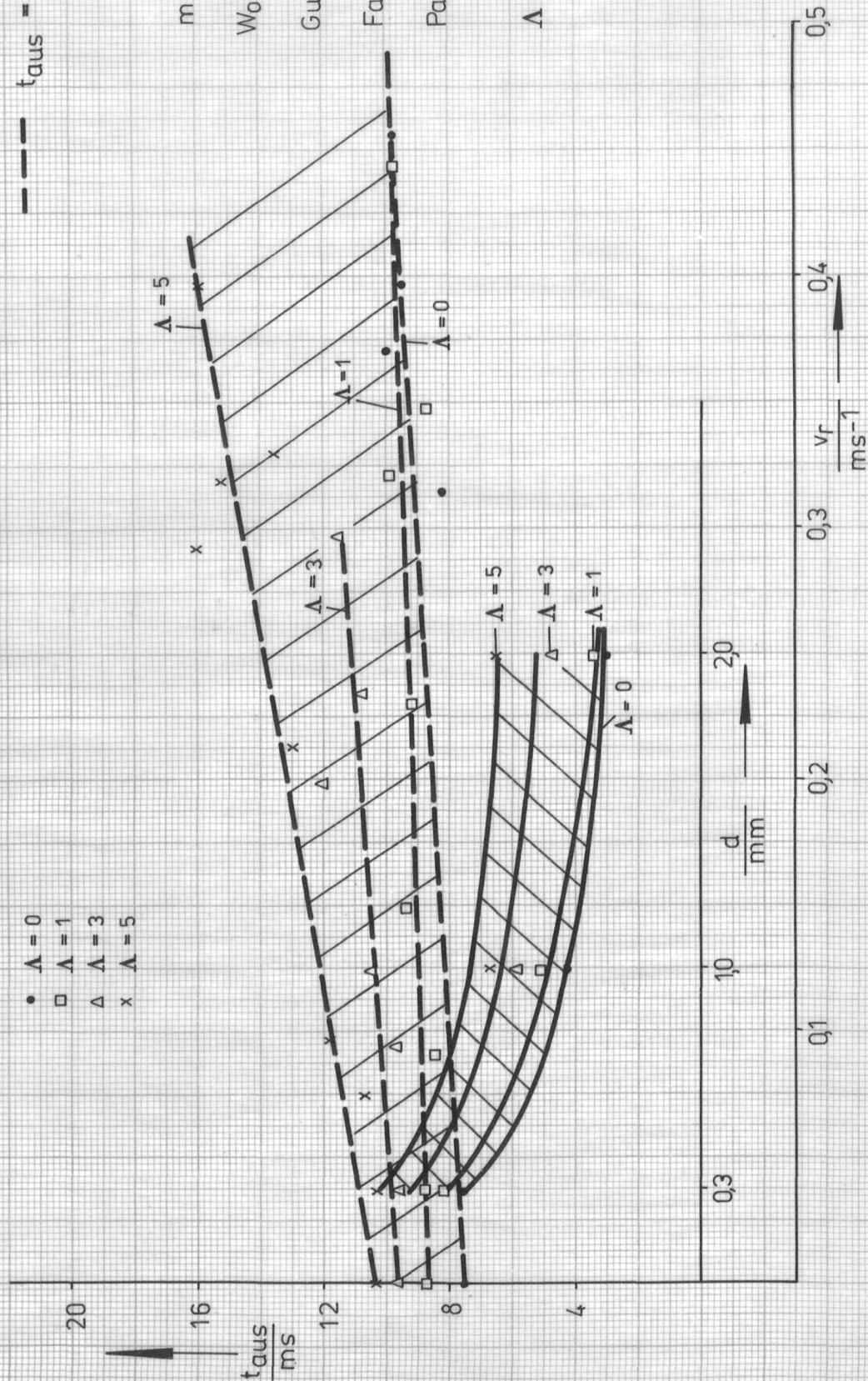


D 5.5. $t_{\text{aus}} = t_{\text{aus}}(d, v_r)$

(nach Versuch Bild 6)

— $t_{\text{aus}} = t_{\text{aus}}(d, v_r = 0)$
 - - - $t_{\text{aus}} = t_{\text{aus}}(v_r, d = 0,3)$

- $\Lambda = 0$
- $\Lambda = 1$
- △ $\Lambda = 3$
- x $\Lambda = 5$



$m = 50 \text{ g}$

$W_0 \approx 0,98 \text{ mJ (10 pcm)}$

Gummiwalze

Farbband : Seide

Papier ($\Lambda = 1$) : Sorte Y
 (s. Tab. 2)

$\Lambda = 2$ bis 5 : Durchschlag -
 papier

D 5.6

Erforderliche Aufschlagenergien W_{oerf} in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit v_r zwischen Druckelement und Papier

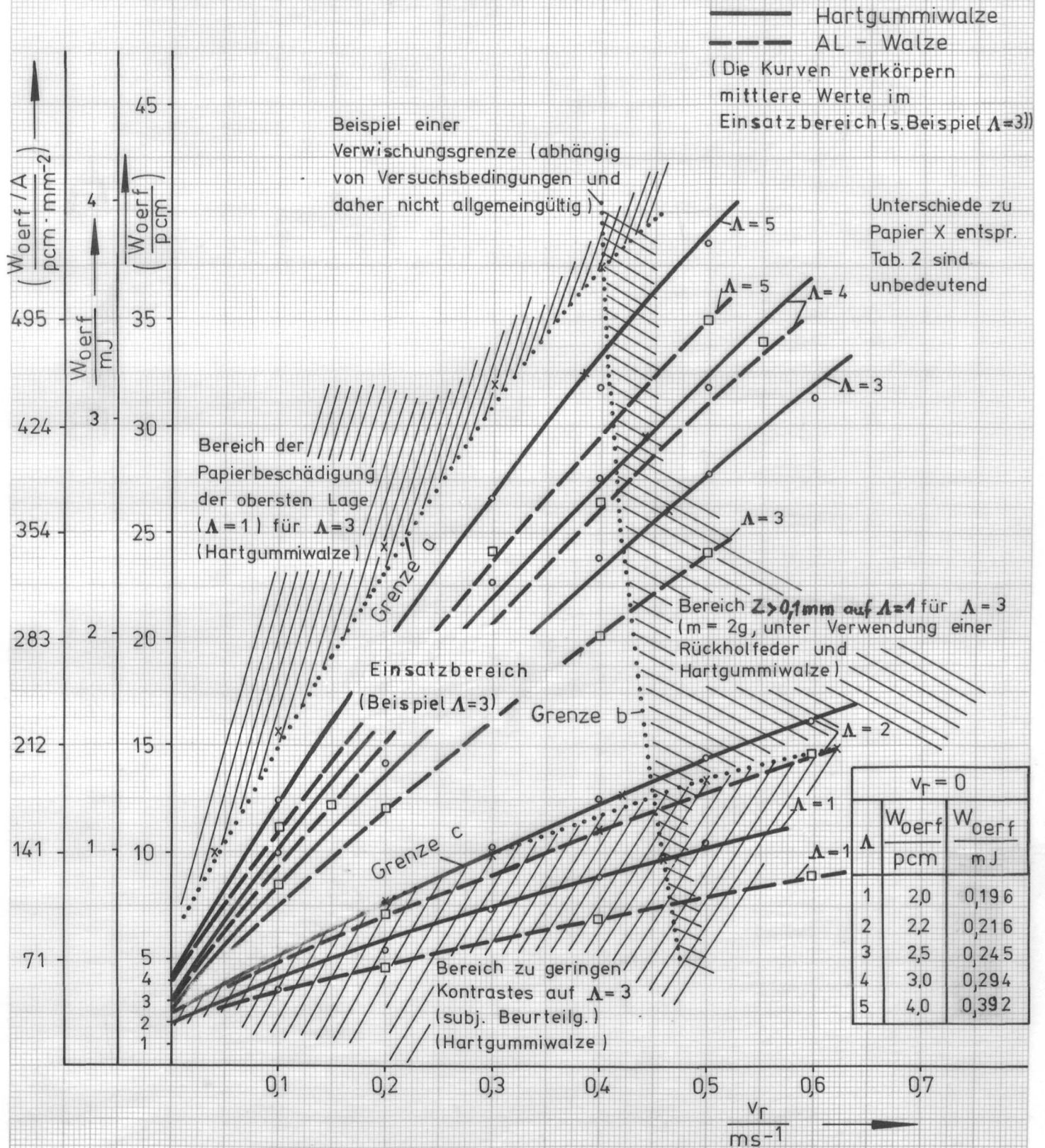
Parameter : $d = 0,3 \text{ mm}$

Farbband : Naturseide

$\Lambda = 1$: Papier Y entspr. Tab. 2 $\Lambda = 2 \dots 5$ Durchschlagpapier

Versuch nach Bild 6

Verwischungsgrenze aus Versuch
nach Bild 11 mit stärkerer Rückholfeder



D 5.7.

$$P_{\text{erf}} = P_{\text{erf}}(V, \Lambda); \quad P_{\text{erf}}(\Lambda) = \frac{|\dot{m} \ddot{x}_E (W_{\text{erf}}(\Lambda))|}{A}; \quad V = \frac{m}{\dot{x}_0}$$

Erforderliche Flächenpressung P_{erf} für verschiedene Λ -Werte in Abhängigkeit von V

Parameter: $v_r = 0$

Gummiwalze

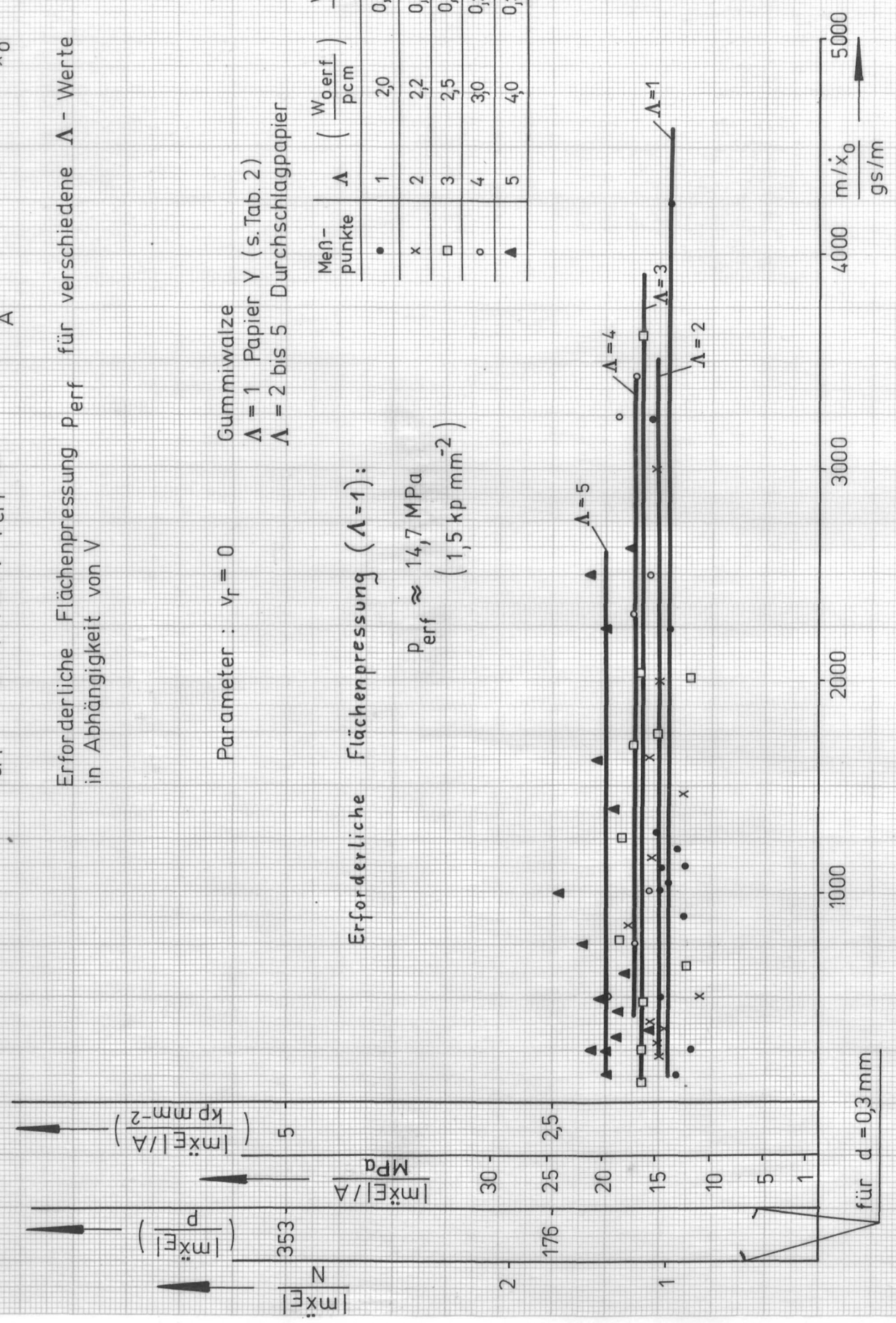
$\Lambda = 1$ Papier Y (s. Tab. 2)

$\Lambda = 2$ bis 5 Durchschlagpapier

Messpunkte	Λ	$\left(\frac{W_{\text{erf}}}{\text{pcm}} \right)$	$\frac{W_{\text{erf}}}{\text{mJ}}$
•	1	2,0	0,196
x	2	2,2	0,216
□	3	2,5	0,245
◊	4	3,0	0,294
▲	5	4,0	0,392

Erforderliche Flächenpressung ($\Lambda=1$):

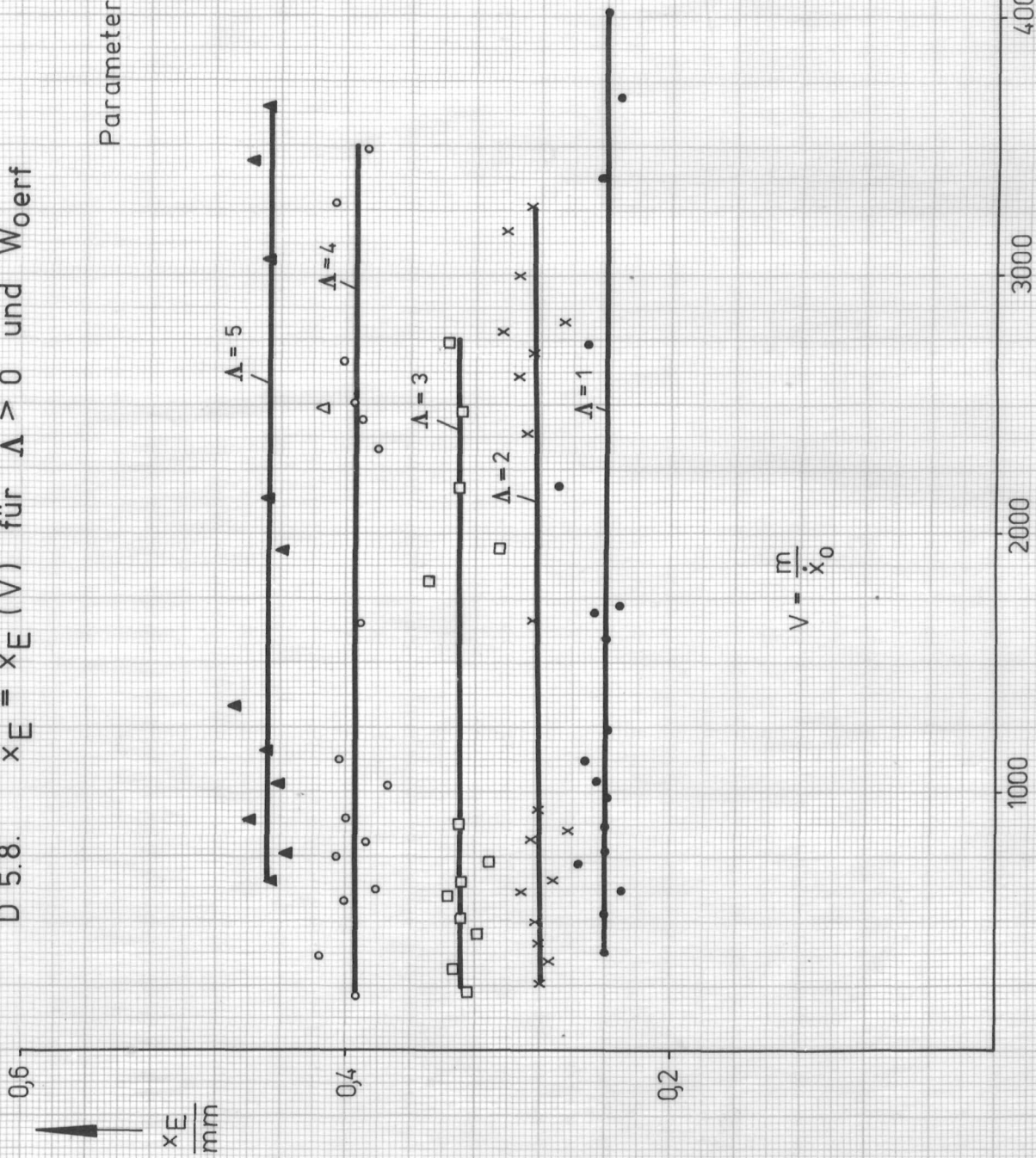
$$P_{\text{erf}} \approx 14,7 \text{ MPa} \quad (1,5 \text{ kp mm}^{-2})$$



D 5.8. $x_E = x_E(V)$ für $\Lambda > 0$ und W_{erf}

Parameter : $d = 0,3 \text{ mm}$
 $v_f = 0$
 Gummiwalze

$\Lambda = 1$ Papiersorte Y (s. Tabelle 2)
 $\Lambda \geq 1$ Durchschlagpapier

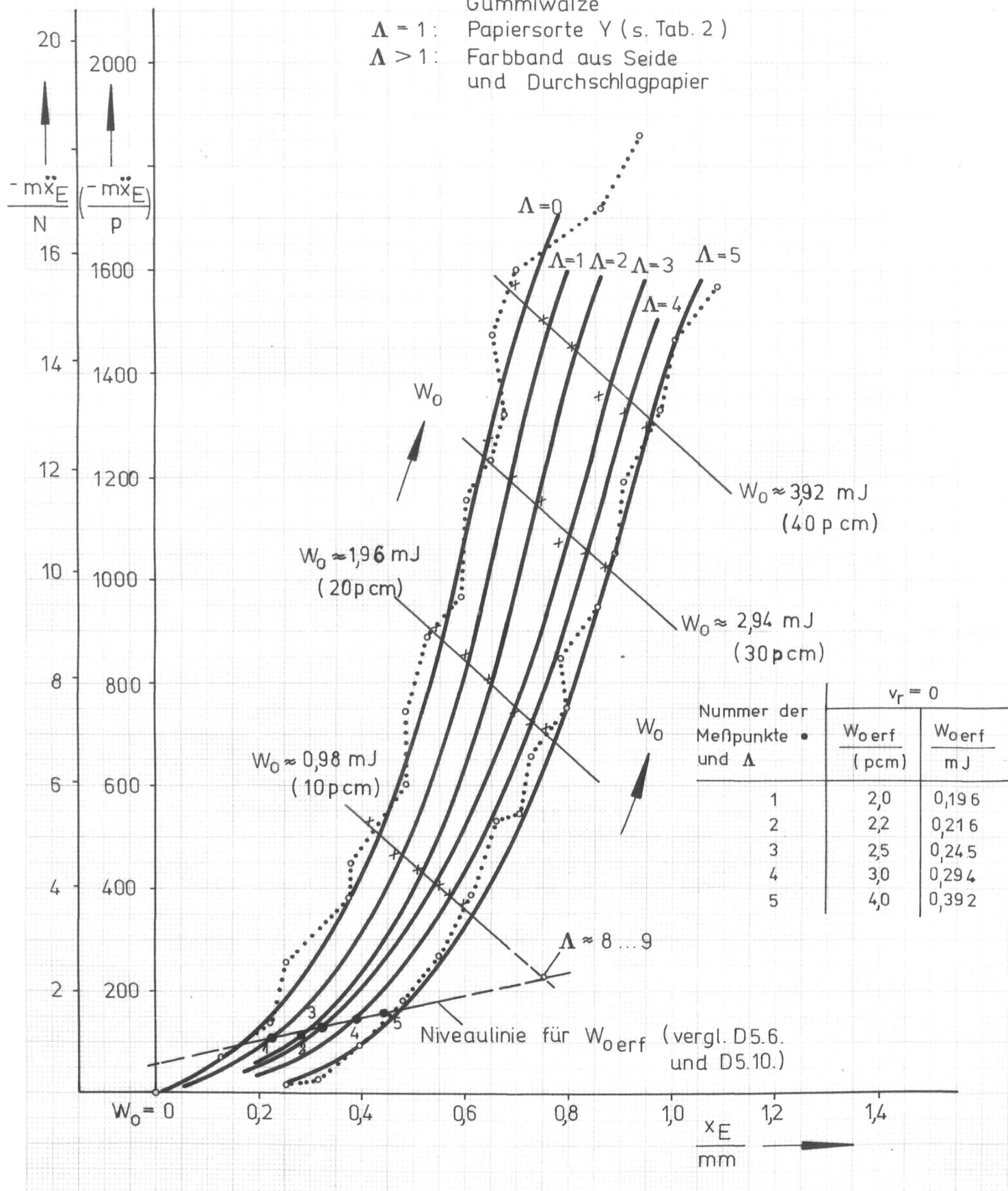


$$V = \frac{m}{\dot{x}_0}$$

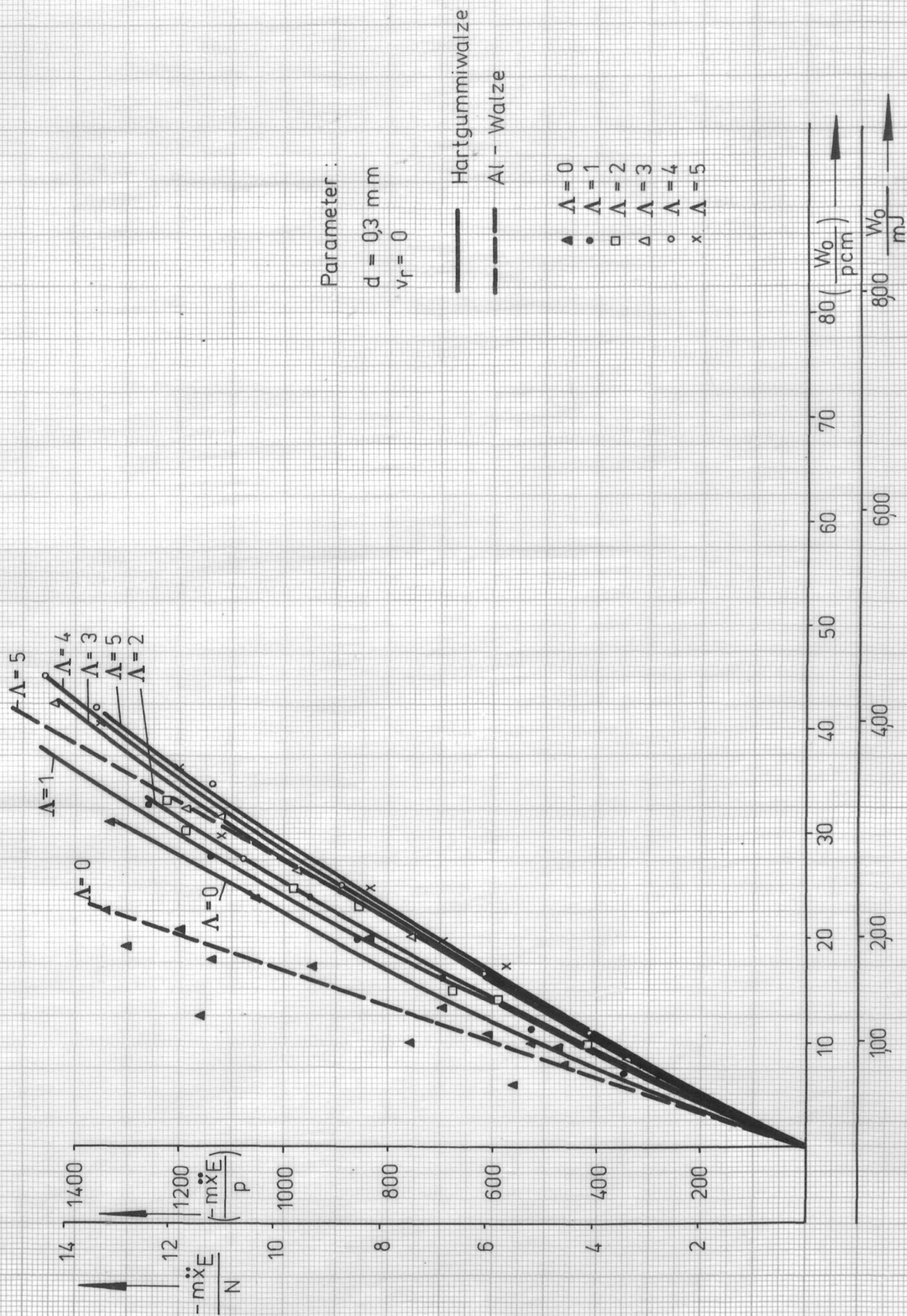
Meßpunkte	Λ	$\left(\frac{W_{\text{erf}}}{\text{pcm}} \right)$	$\frac{W_{\text{erf}}}{\text{mJ}}$
•	1	2,0	0,196
x	2	2,2	0,216
□	3	2,5	0,245
◊	4	3,0	0,294
▲	5	4,0	0,392

D 5.9. Maximale Stoßkraftwerte als Funktion der Wegmaxima
für $0 \leq \Lambda \leq 5$ mit Angabe der Werte W_{oerf}

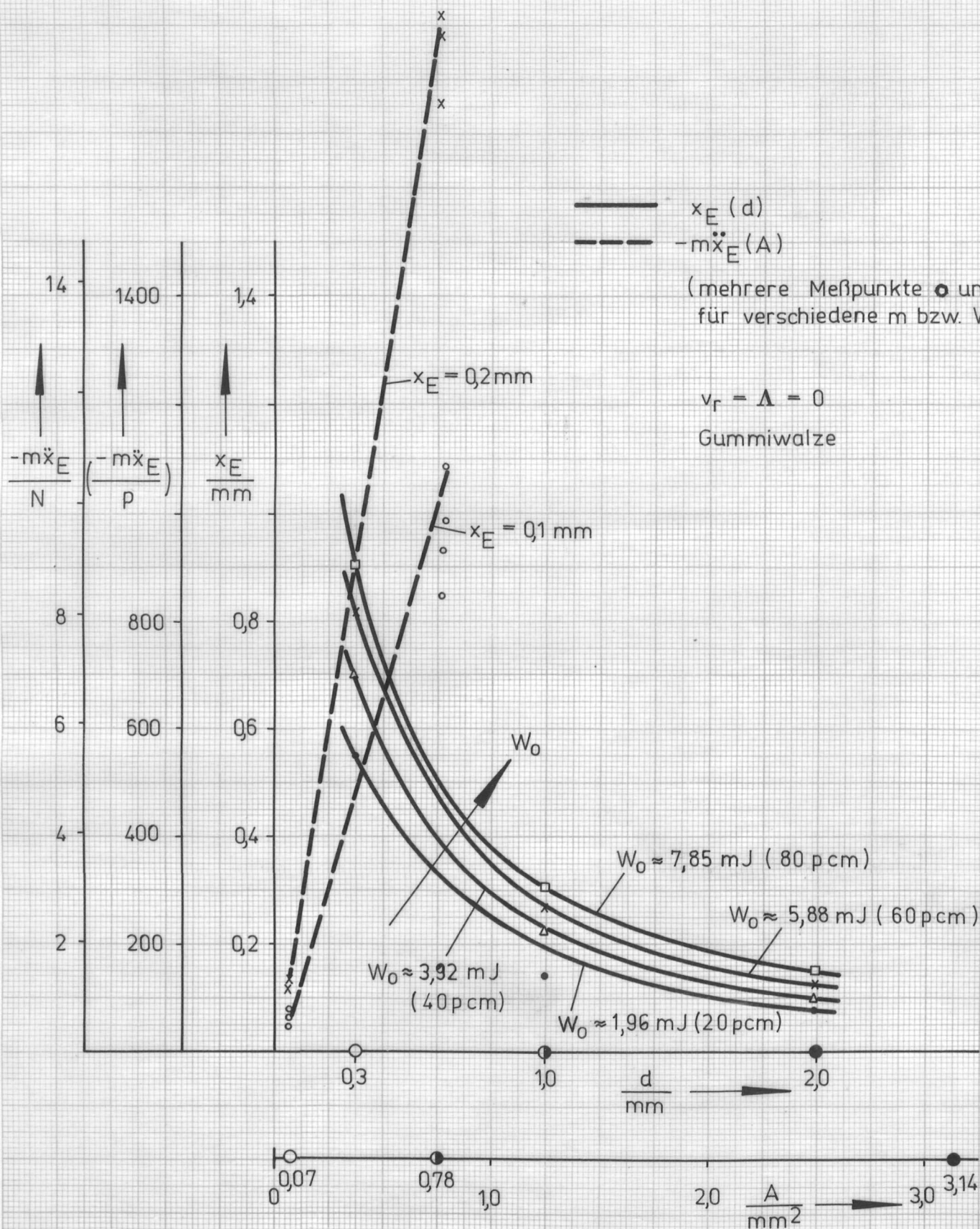
Parameter : $v_r = 0$ $d = 0,3 \text{ mm}$ (Zyl.)
Gummiwalze
 $\Lambda = 1$: Papiersorte Y (s. Tab. 2)
 $\Lambda > 1$: Farbband aus Seide
und Durchschlagpapier



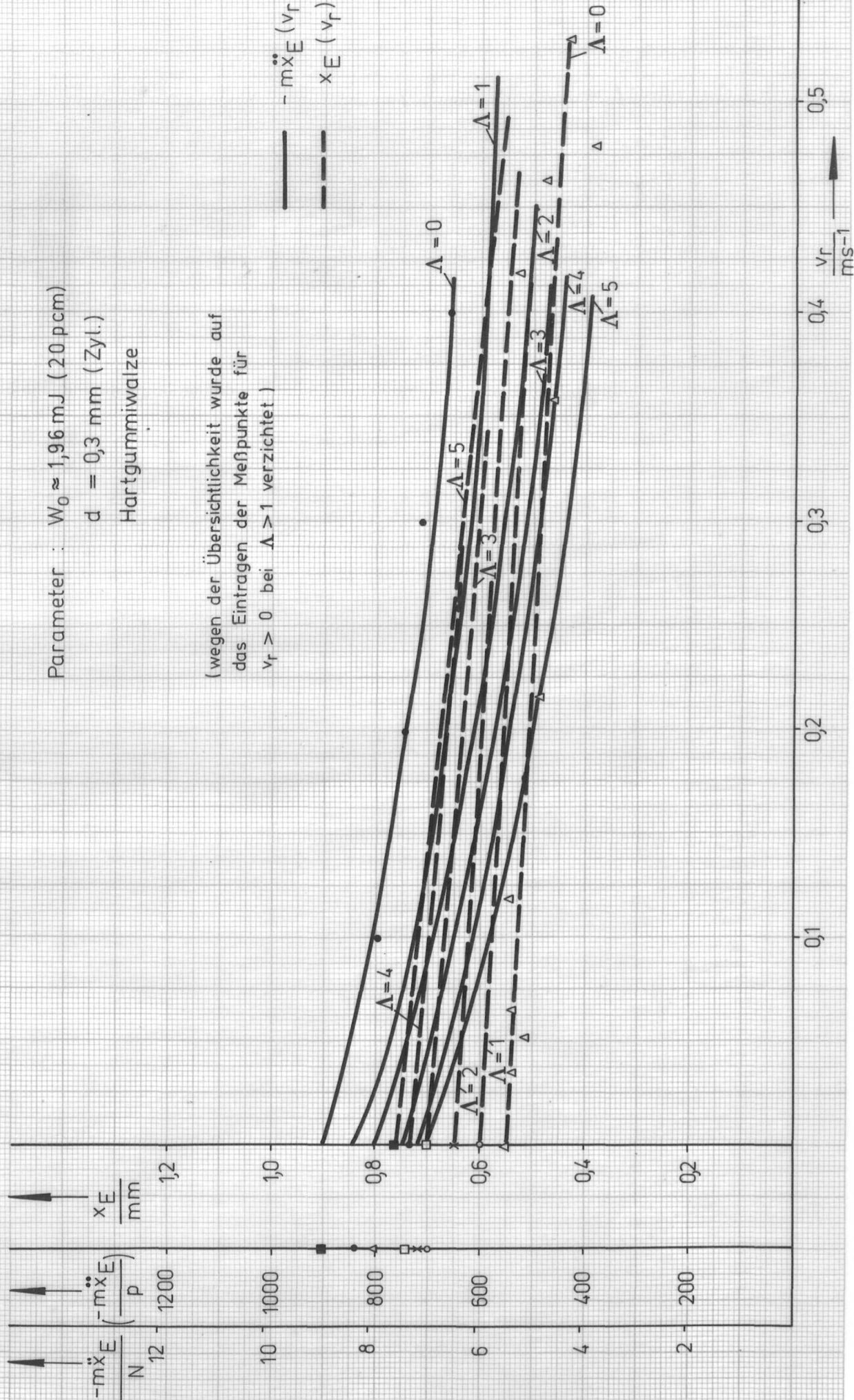
D 5.10. $-m\ddot{x}_E (W_0)$ (diese Darstellung ist möglich wegen Invarianz von $-m\ddot{x}_E$ gegenüber $V = m / \dot{x}_0$)



D 5.11. Einfluß von d bzw. A auf x_E und $-m\ddot{x}_E$



D 5.12. $-m\ddot{x}_E$, x_E als Funktion von v_r



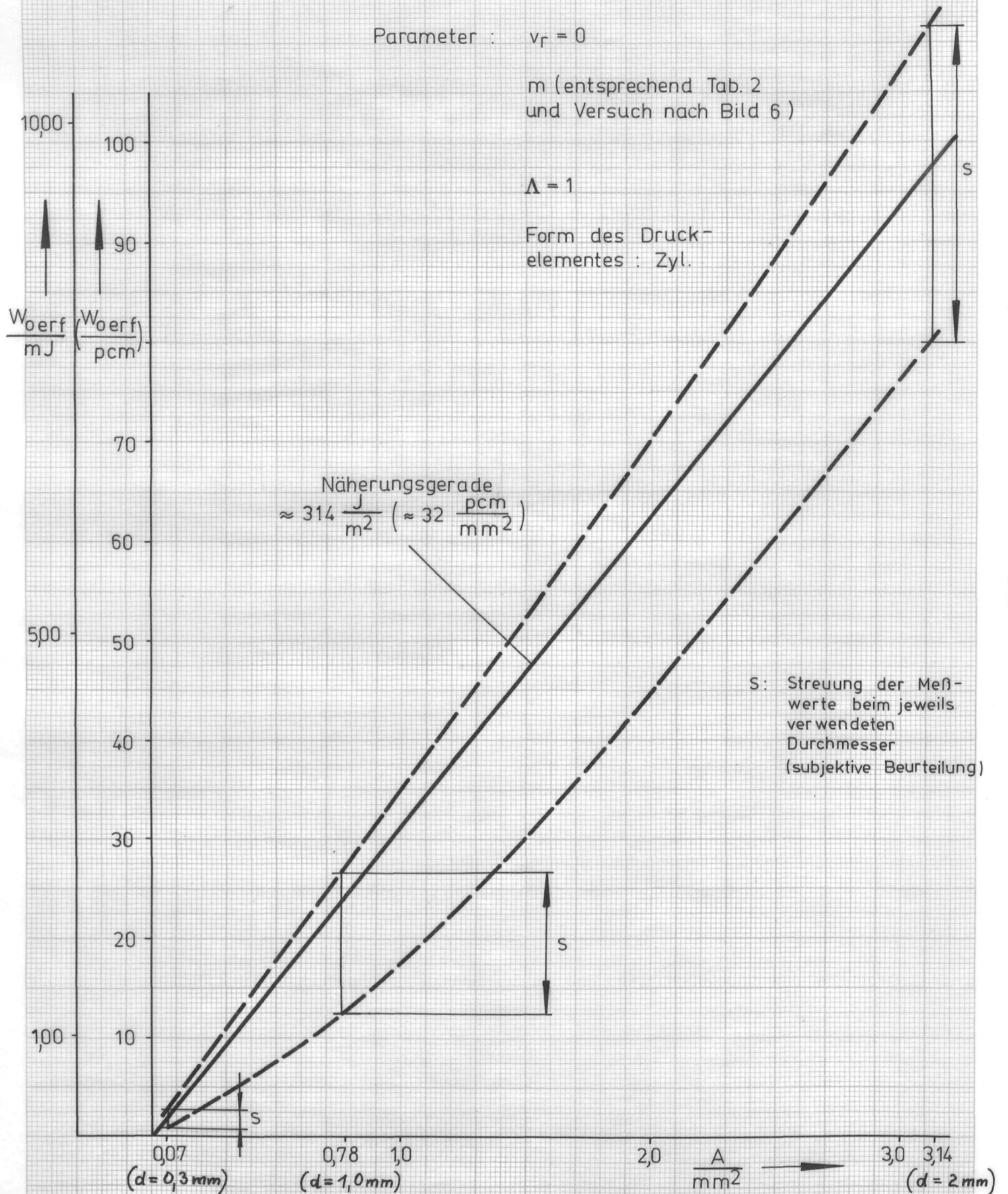
D 5.13. $W_{\text{oerf}} = W_{\text{oerf}} (A)$

Parameter : $v_r = 0$

m (entsprechend Tab. 2
und Versuch nach Bild 6)

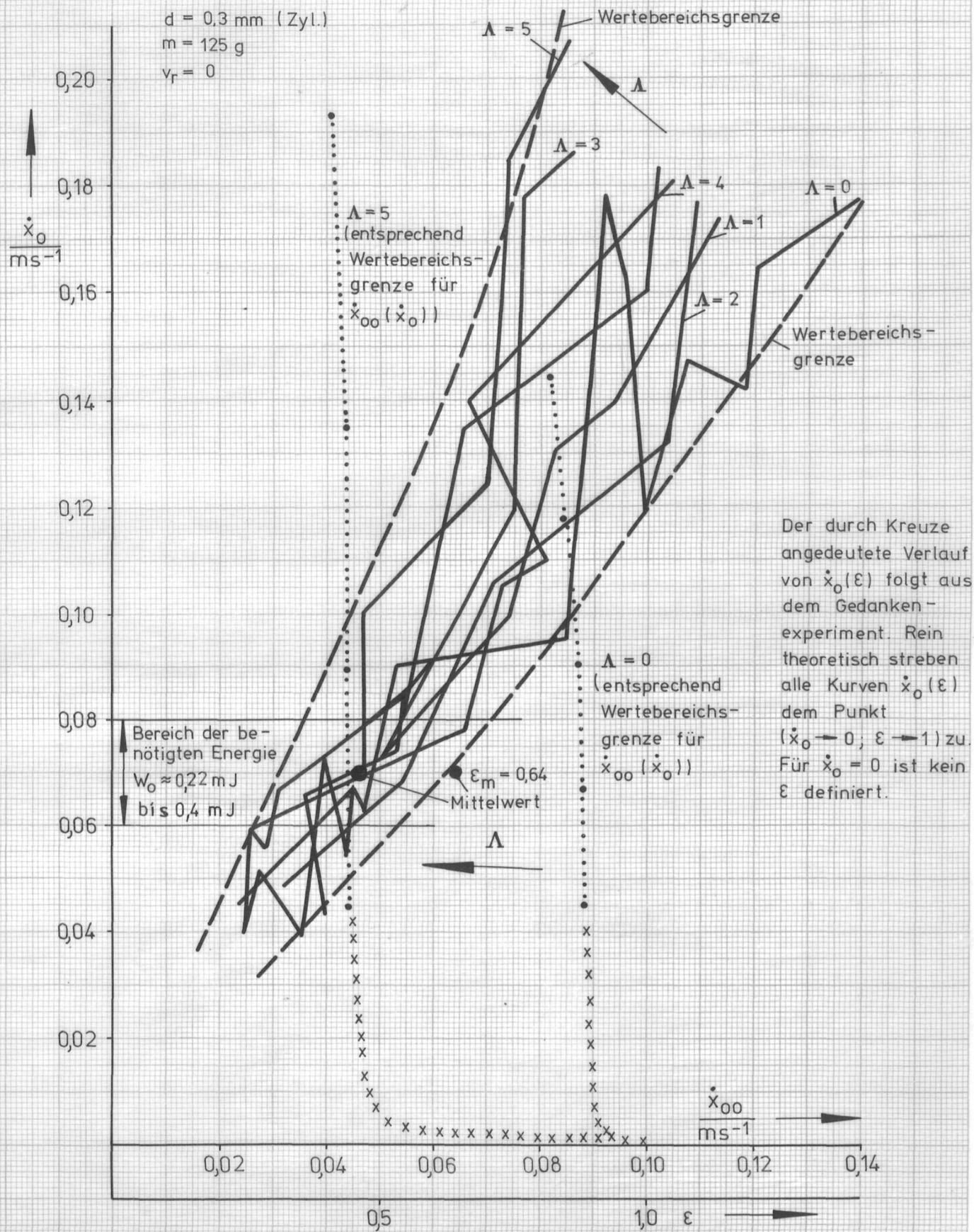
$\Lambda = 1$

Form des Druck-
elementes : Zyl.

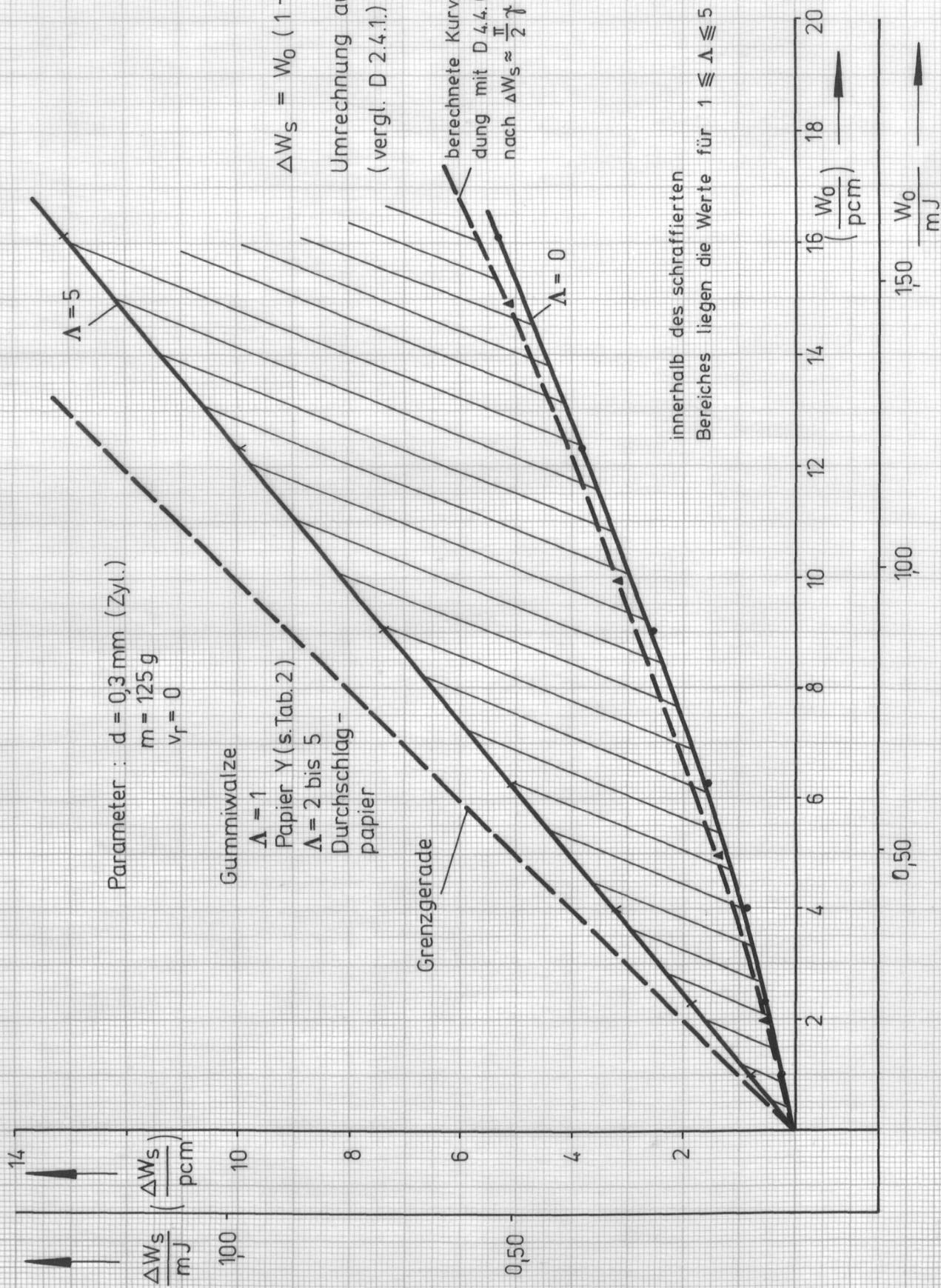


D 6.1. $\dot{x}_{00} = \dot{x}_{00}(\dot{x}_0)$ — $\dot{x}_0 = \dot{x}_0(\varepsilon)$

$$\varepsilon = \frac{\dot{x}_{00}}{\dot{x}_0}$$

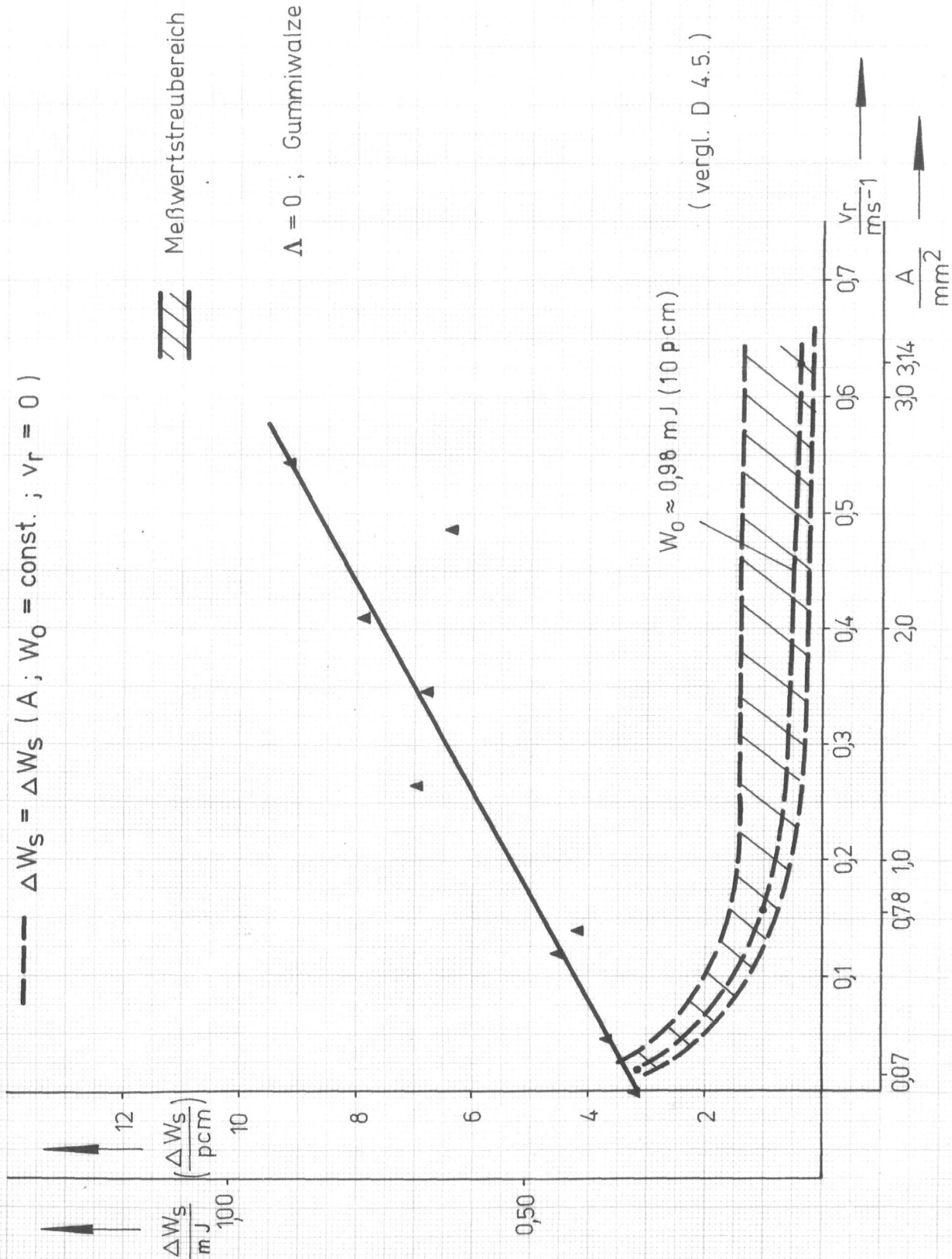


D 6.2. $\Delta W_S = \Delta W_S (W_0)$

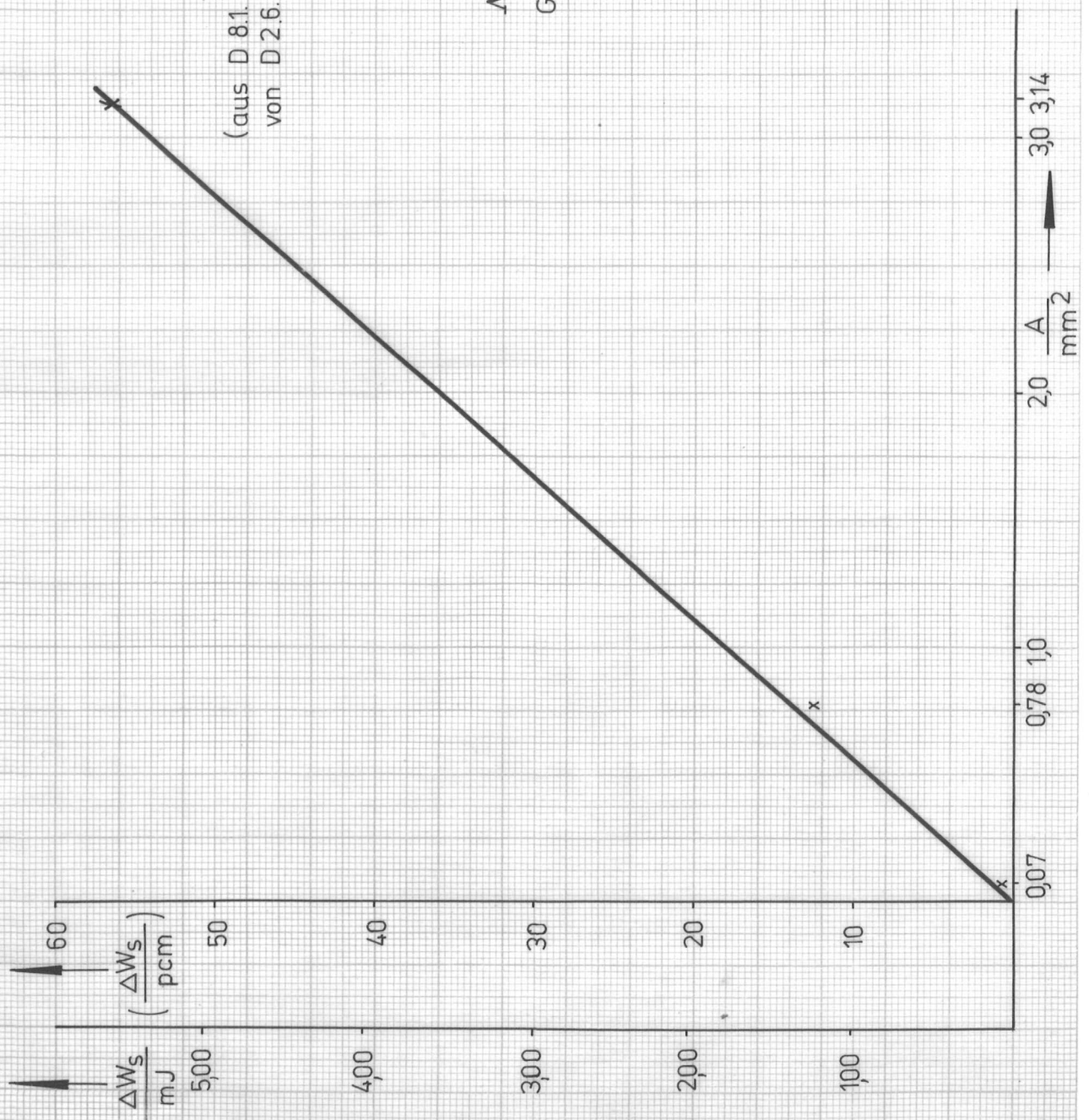


D 6.3.1. — $\Delta W_S = \Delta W_S (v_r; d = 0,3 \text{ mm (Zyl.)}; x_E = 0,42 \text{ mm})$

--- $\Delta W_S = \Delta W_S (A; W_0 = \text{const.}; v_r = 0)$



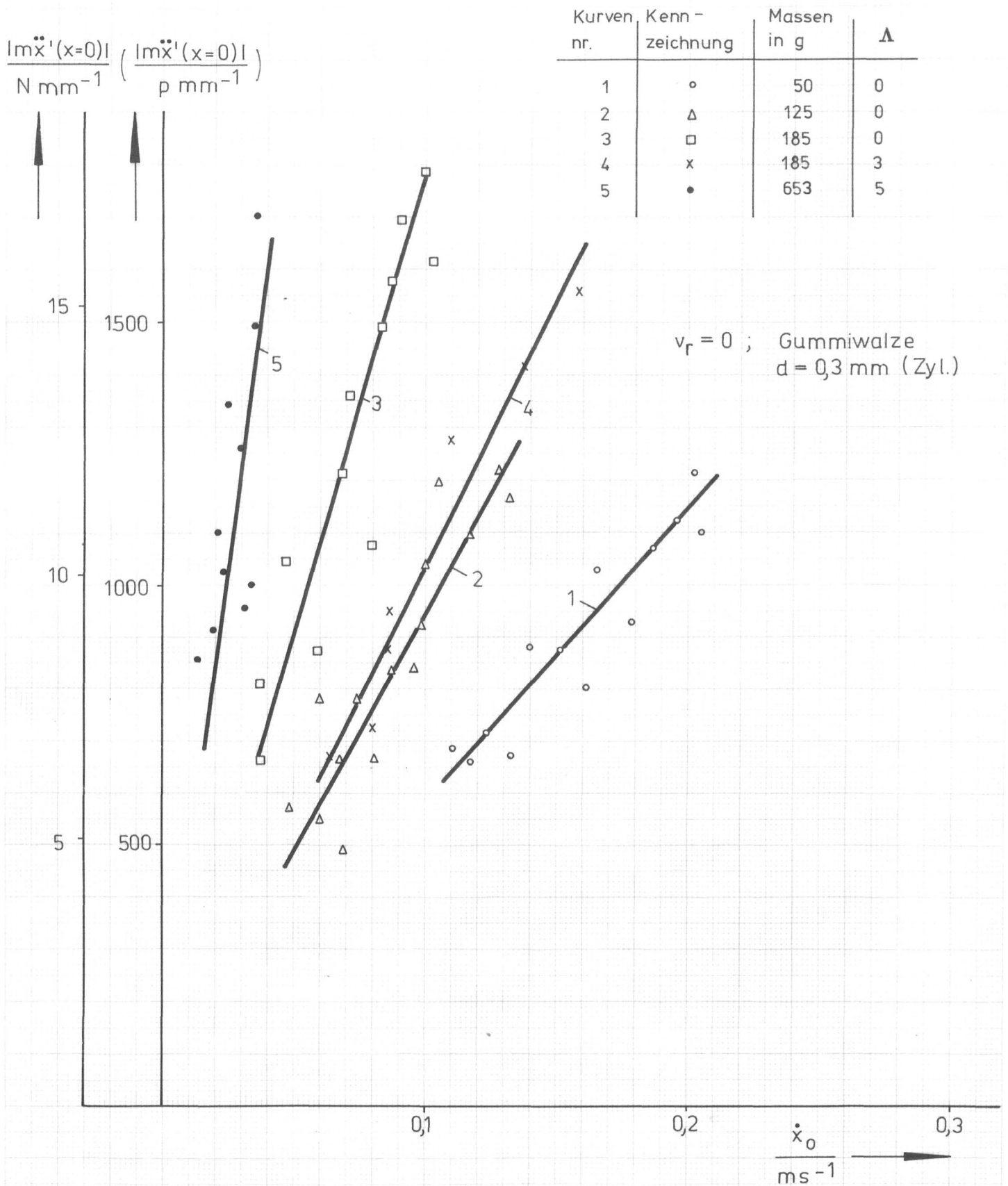
D 6.3.2. $\Delta W_s = \Delta W_s (A; x_E = 0,2 \text{ mm} ; v_r = 0)$



(aus D 8.1. nach $\Delta W_s \approx \frac{\pi}{2} \gamma W_0$ unter Beachtung von D 2.6. berechnet)

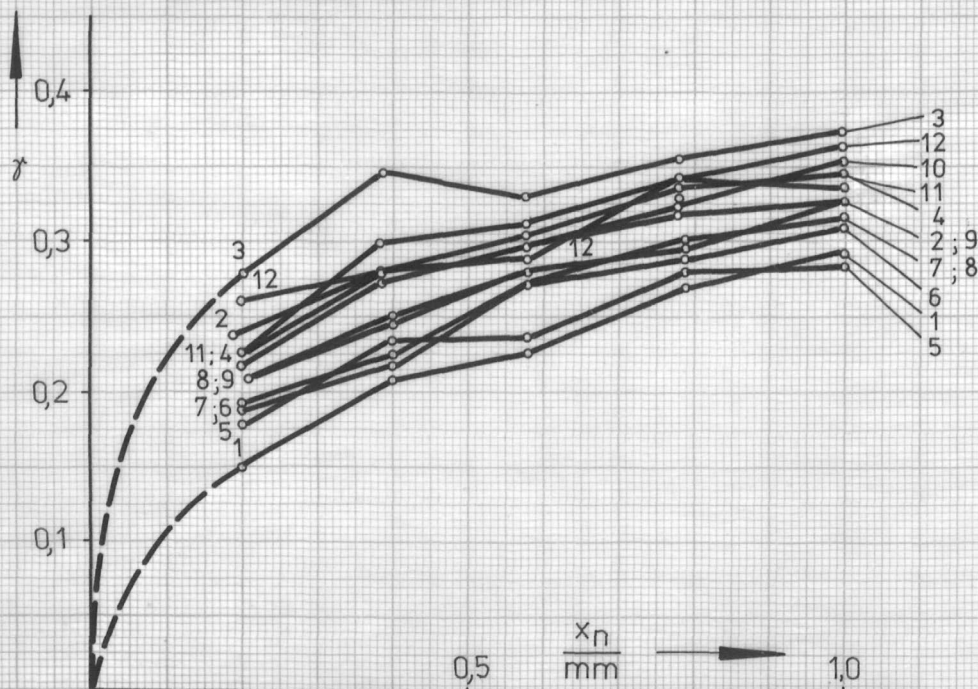
$\Lambda = 0$
Gummiwalze

D 7 Abhängigkeit des Anstiegs der Hystereseffunktion im Punkte $x = \ddot{x} = 0$ als Funktion der Auftreffgeschwindigkeit

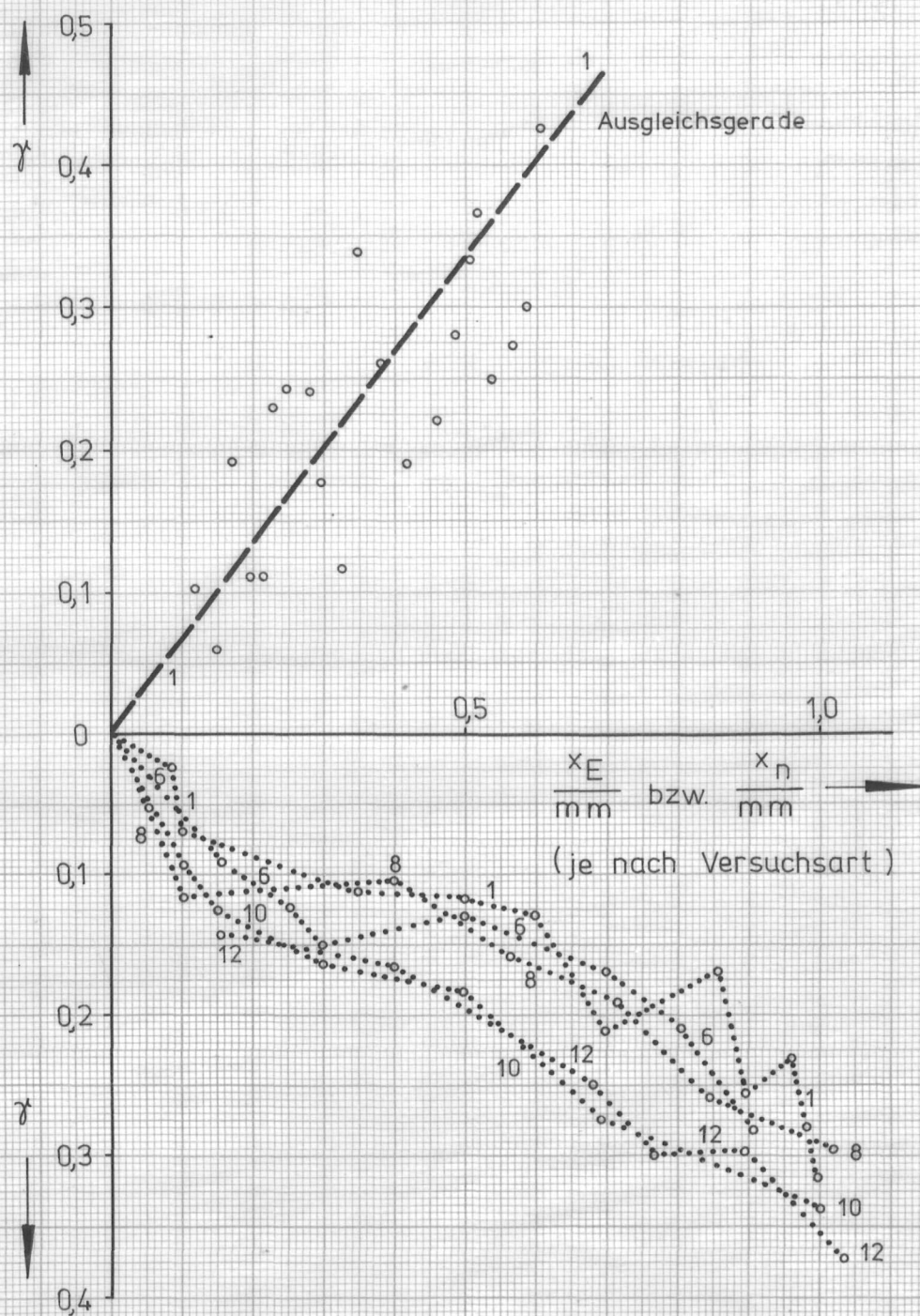


D 8.1. γ - Werte

Erläuterungen für die Diagramme 8.1. bis 8.4		Kurvenummer											
Farb- band	Baumw.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Seide												
Walzenmaterial : Hartgummi $v_r = 0 \text{ m/s}$													
Λ (Papiersorte Art. Nr. 9 129 331)	0	x	x	x	x	x	x						
	1							x					
	2								x				
	3									x			
	4										x		
	5											x	
	Karteikarte Art. Nr. 1 821 501												x
$\frac{d}{\text{mm}}$	0,3	x				x	x	x	x	x	x	x	x
	1,0		x		x								
	2,0			x									
Form	Kegel				x								
	Zylinder	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x
Linienart	————	Versuch nach Bild 37											
	-----	Versuch nach Glg. (43.2)											
	Versuch nach Glg. (46)											
	Versuch nach Glg. (48.1.)											
	Versuch nach							a1				
	Abschnitt 1.6.1.1.3.											
								a3				

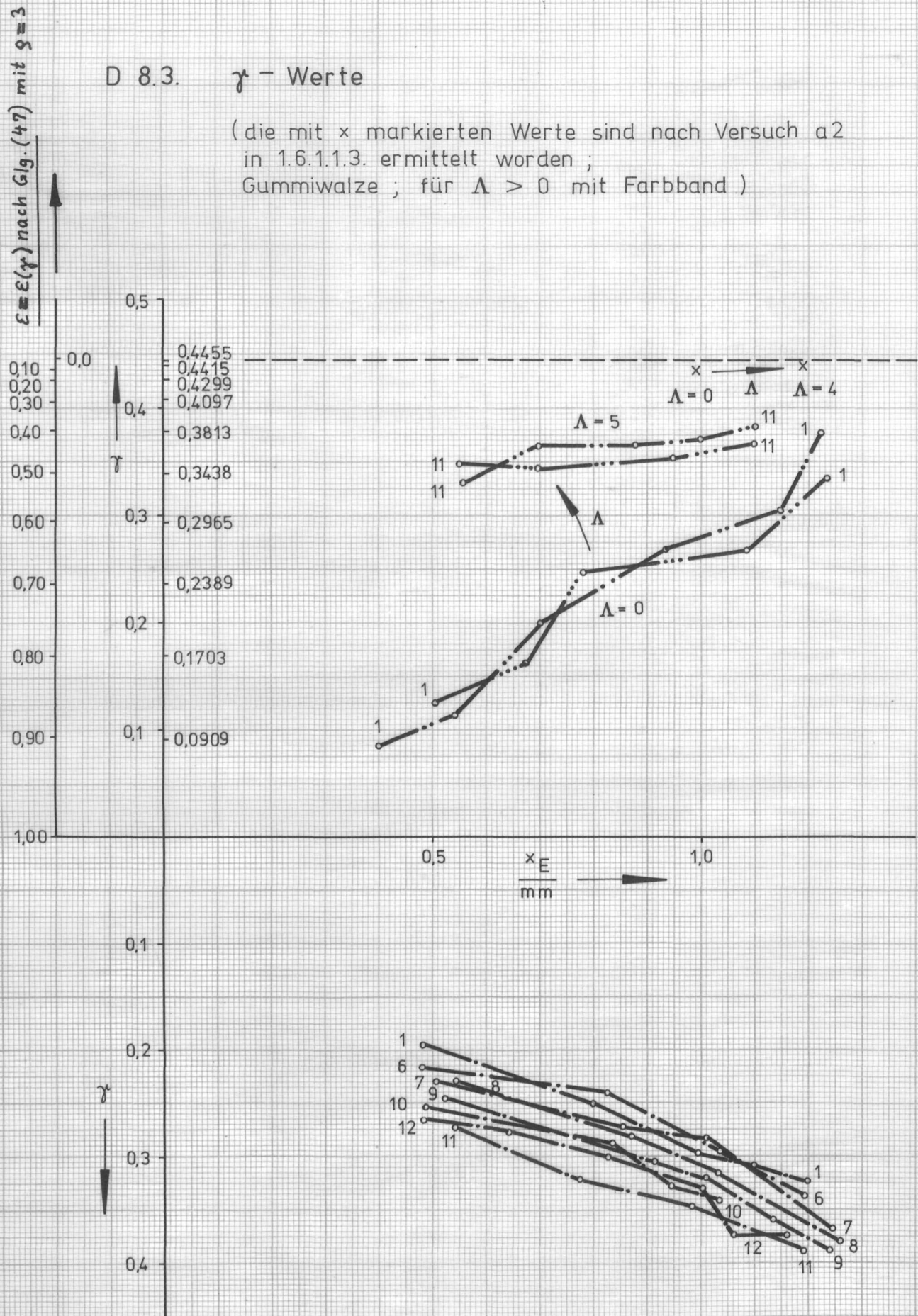


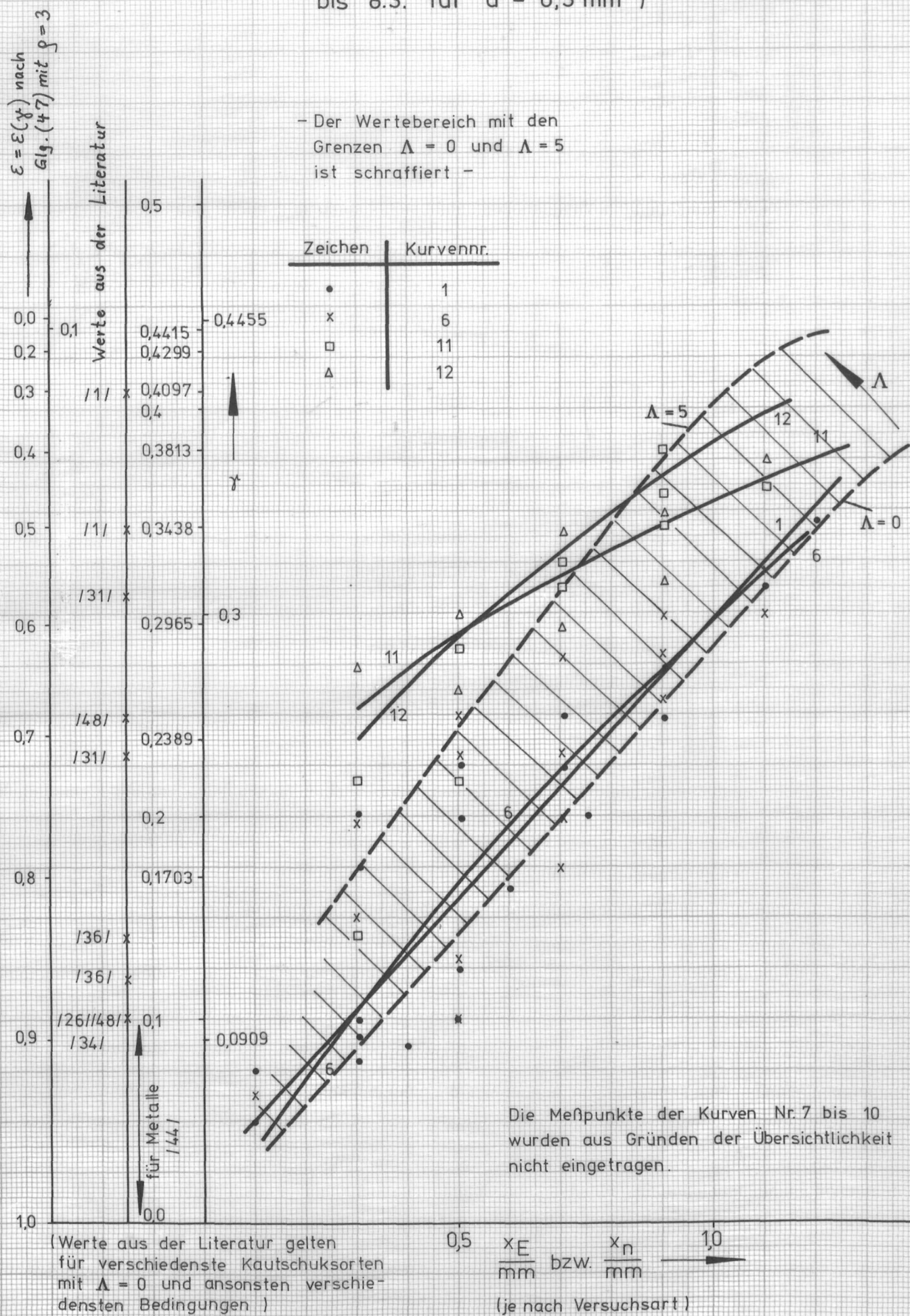
D 8.2. γ - Werte



D 8.3. γ - Werte

(die mit x markierten Werte sind nach Versuch a2
in 1.6.1.1.3. ermittelt worden ;
Gummiwalze ; für $\Lambda > 0$ mit Farbband)





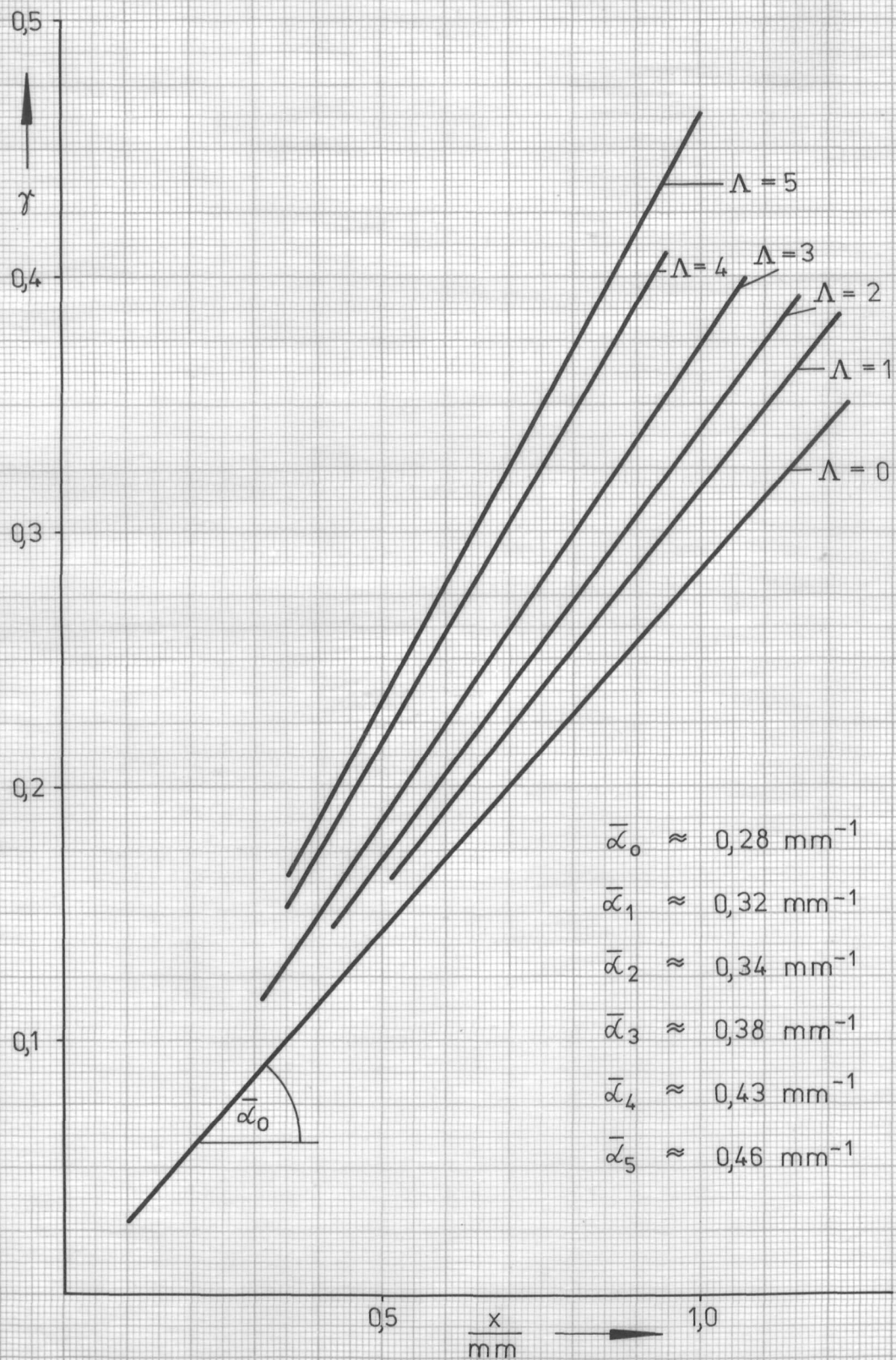
D 8.5. $\gamma = \gamma(x)$

Stark vereinfachte (linearisierte) Abhängigkeiten

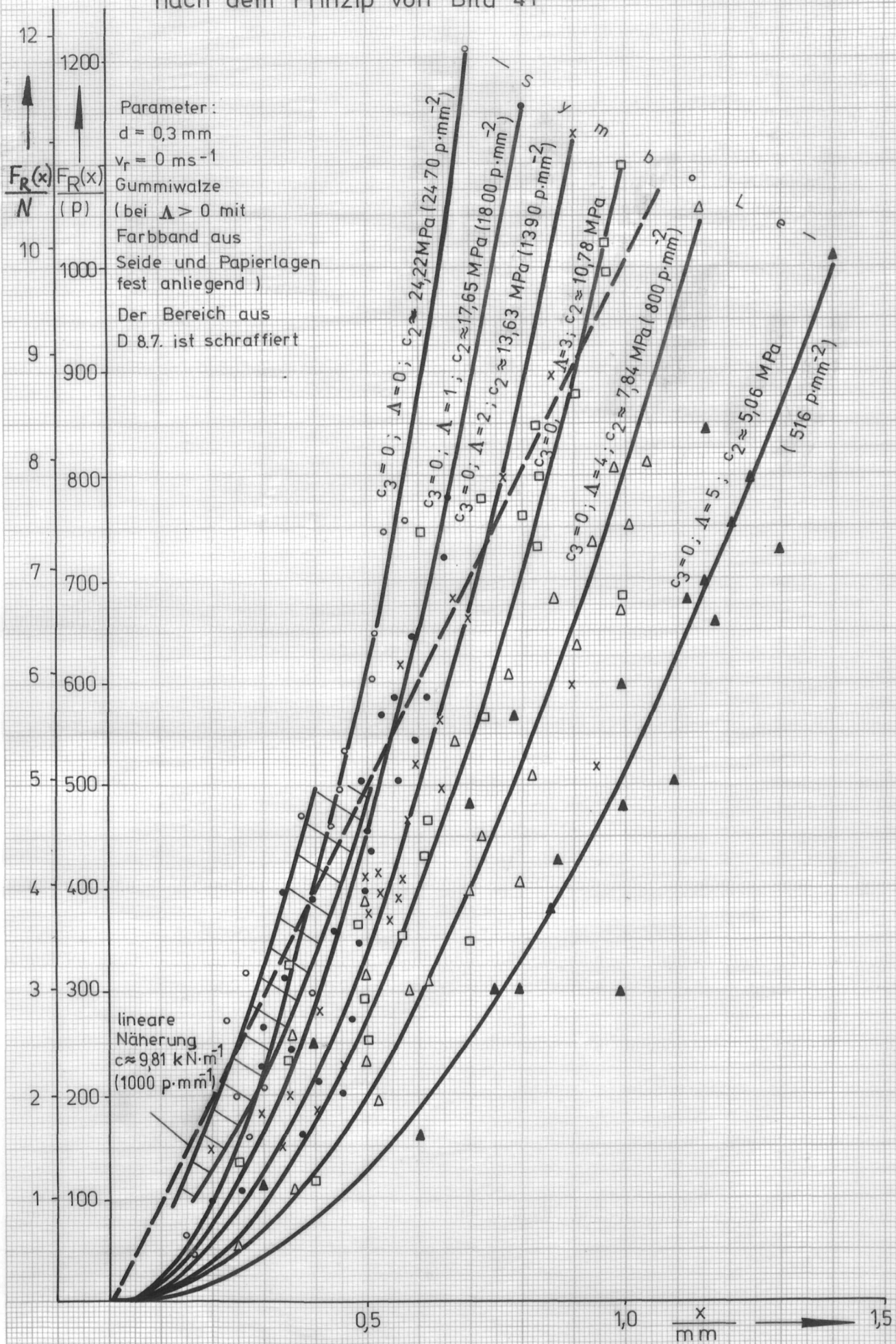
$\gamma = \gamma(x)$ aus den Diagrammen 8.1. bis 8.4.

$v_r = 0 \text{ m/s}$

$d = 0,3 \text{ mm}$ (Zylinder)



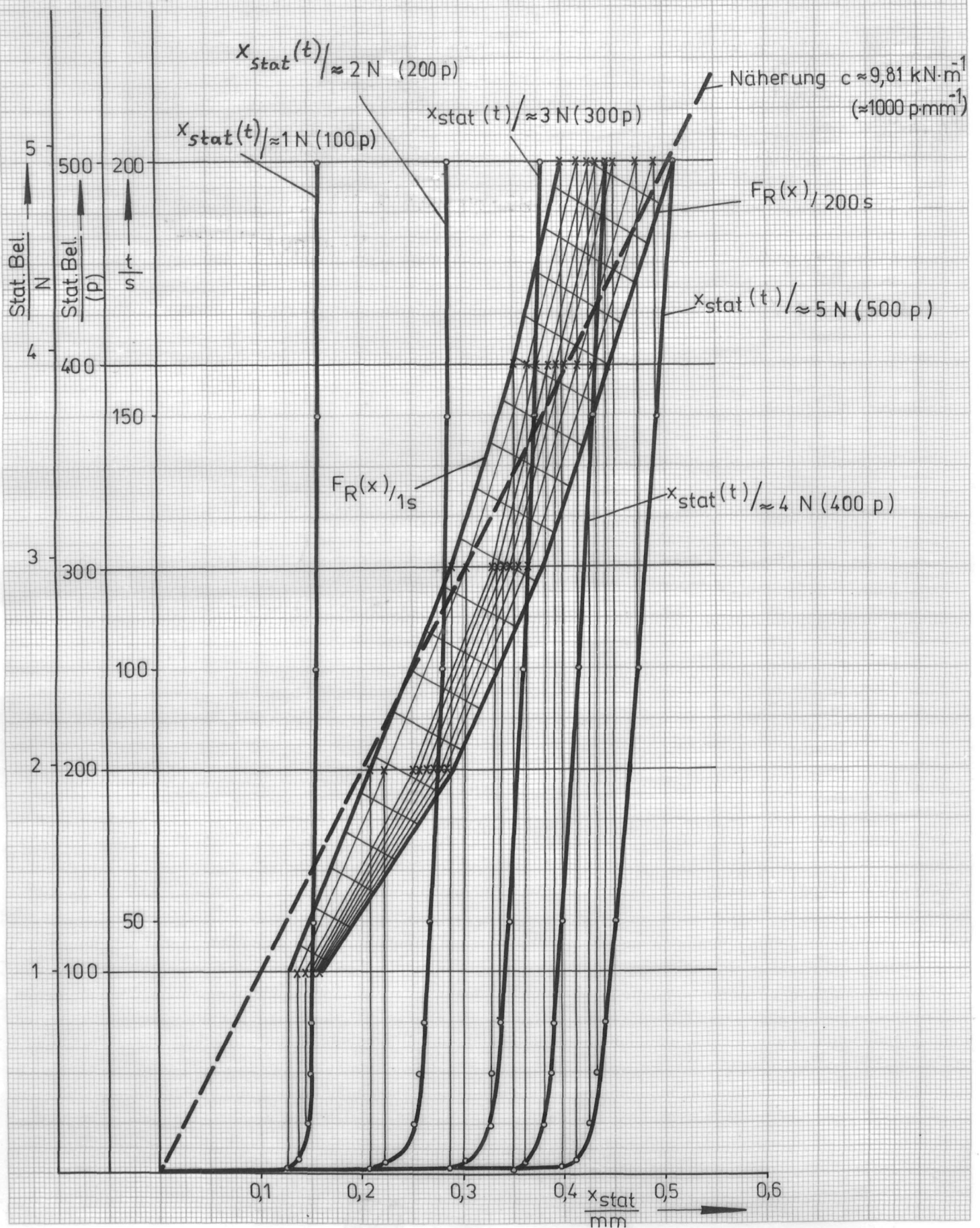
D 8.6. Rückstellfunktion $F_R(x) = \sum_{n=2}^3 c_n x^n (\text{sgn}(x))^{3-n}$; ermittelt nach dem Prinzip von Bild 41



D 8.7. Abhängigkeit der elastischen Gegenkraft $F_R(x)$ vom Zeitpunkt t der Messung (statische Belastung des Walzenmaterials)

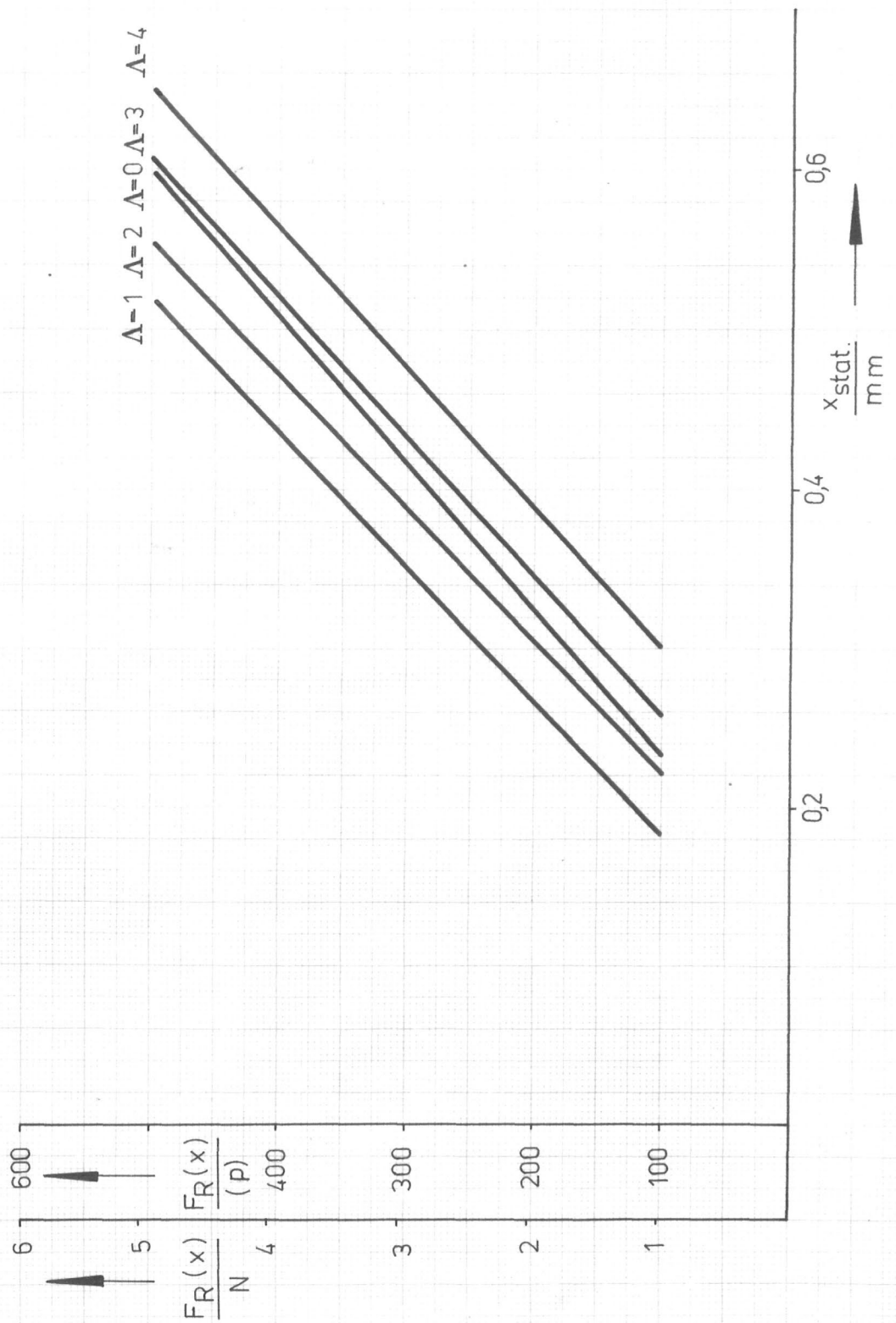
Parameter: $\Lambda = 0$

$d = 0,3 \text{ mm}$



D 8.8. (entnommen aus / 68 /)

Parameter : $d = 0,3 \text{ mm}$
 $v_r = 0 \text{ ms}^{-1}$



D 9.1. Berechnung der Funktionen $x(t)$ nach den Gln. (32.2)
und (36) für $\Lambda = 0$

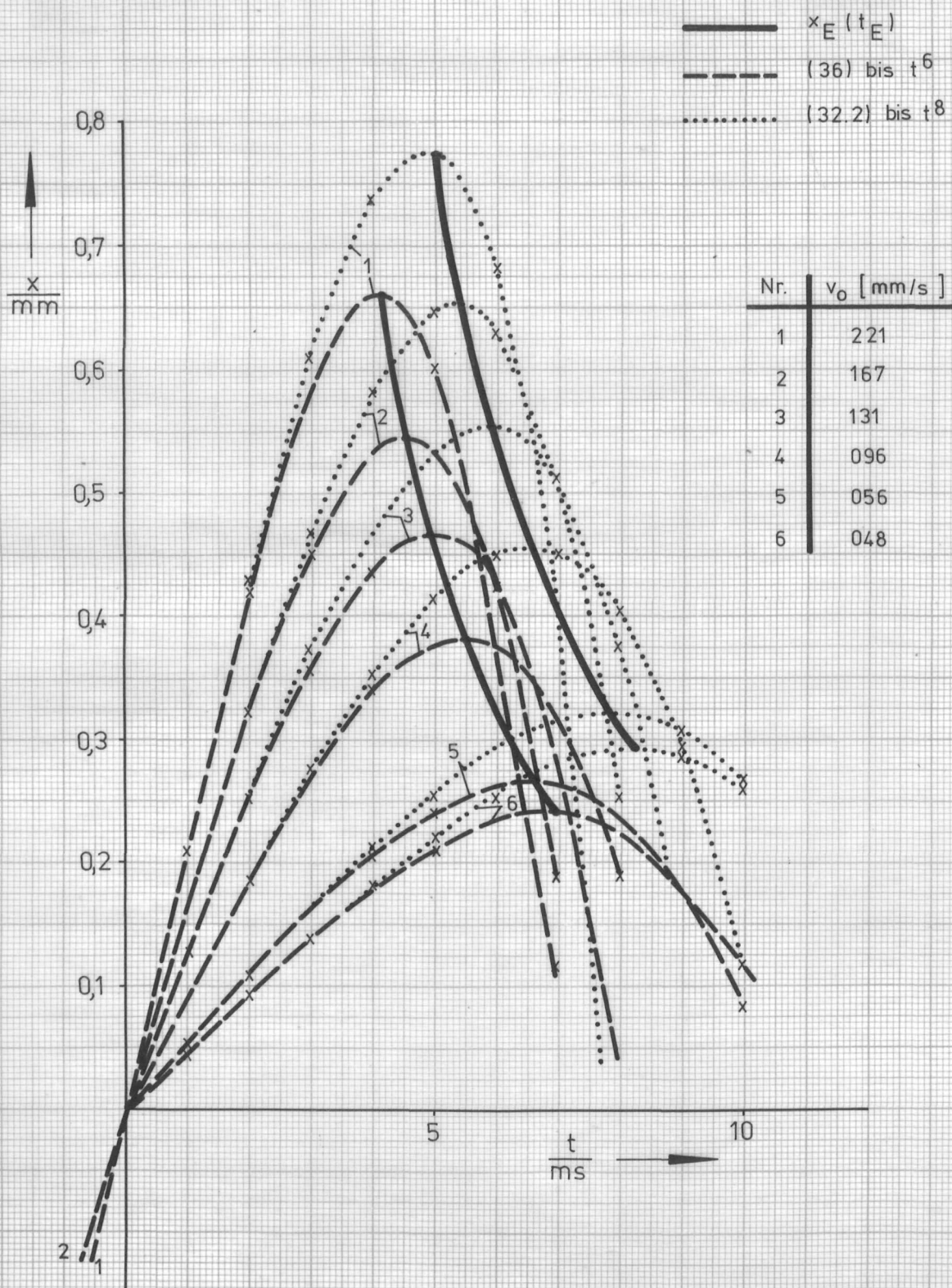
$$v_r = 0$$

$$m = 125 \text{ g}$$

$$d = 0,3 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \bar{c}_2 = 193846 \text{ mm}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$\Rightarrow k_1 = 78 \text{ s}^{-1} \text{ mm}^{-1}$$



D 9.2. $x = x(t)$

Vergleich des Experimentes $\Lambda = v_r = 0$

$m = 125\text{g}$

$d = 0,3\text{ mm}$

— Berechnung

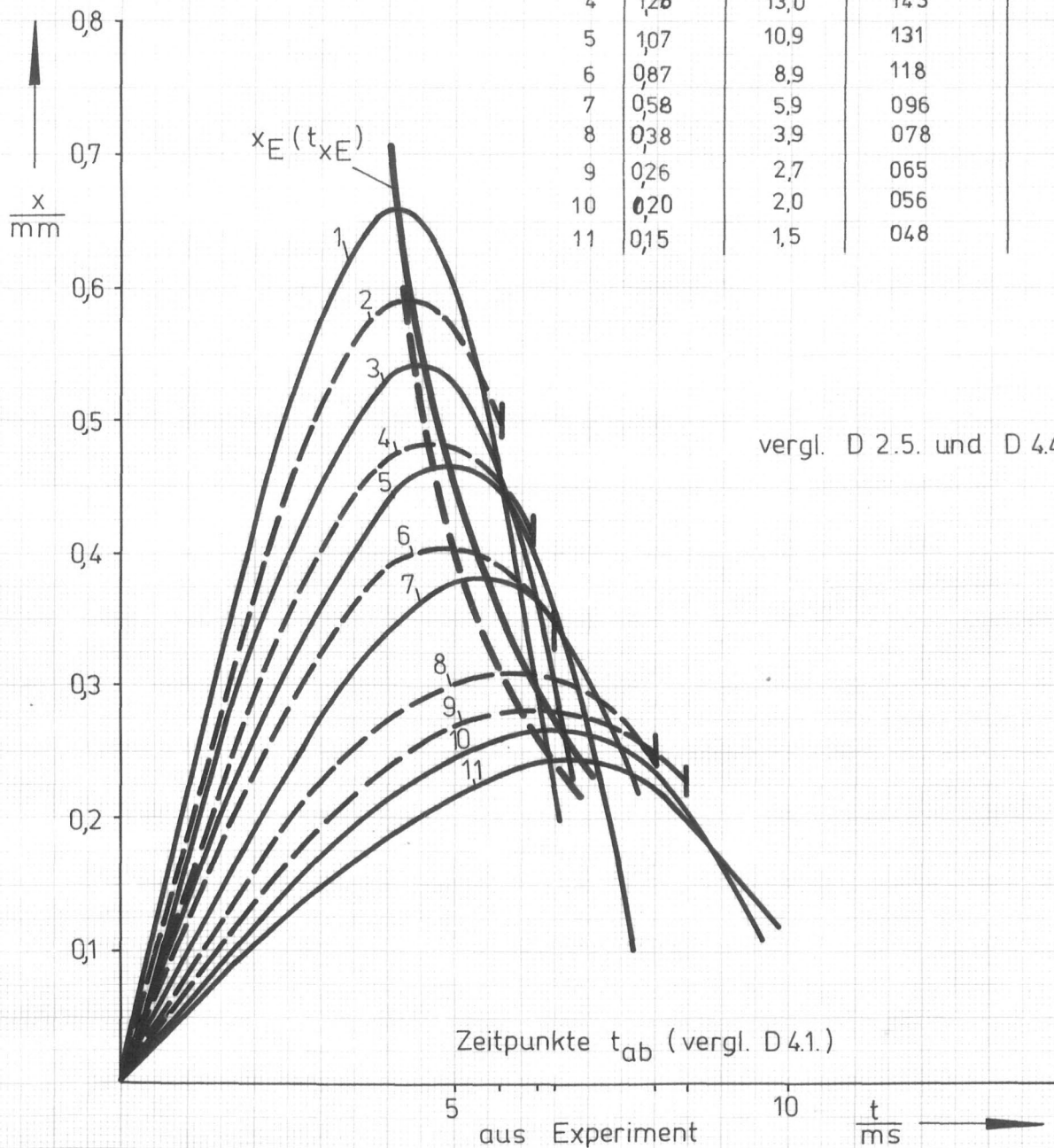
- - - Experiment

mit der Berechnung nach (36)

$$\bar{c}_2 = 193,846 \text{ mm}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

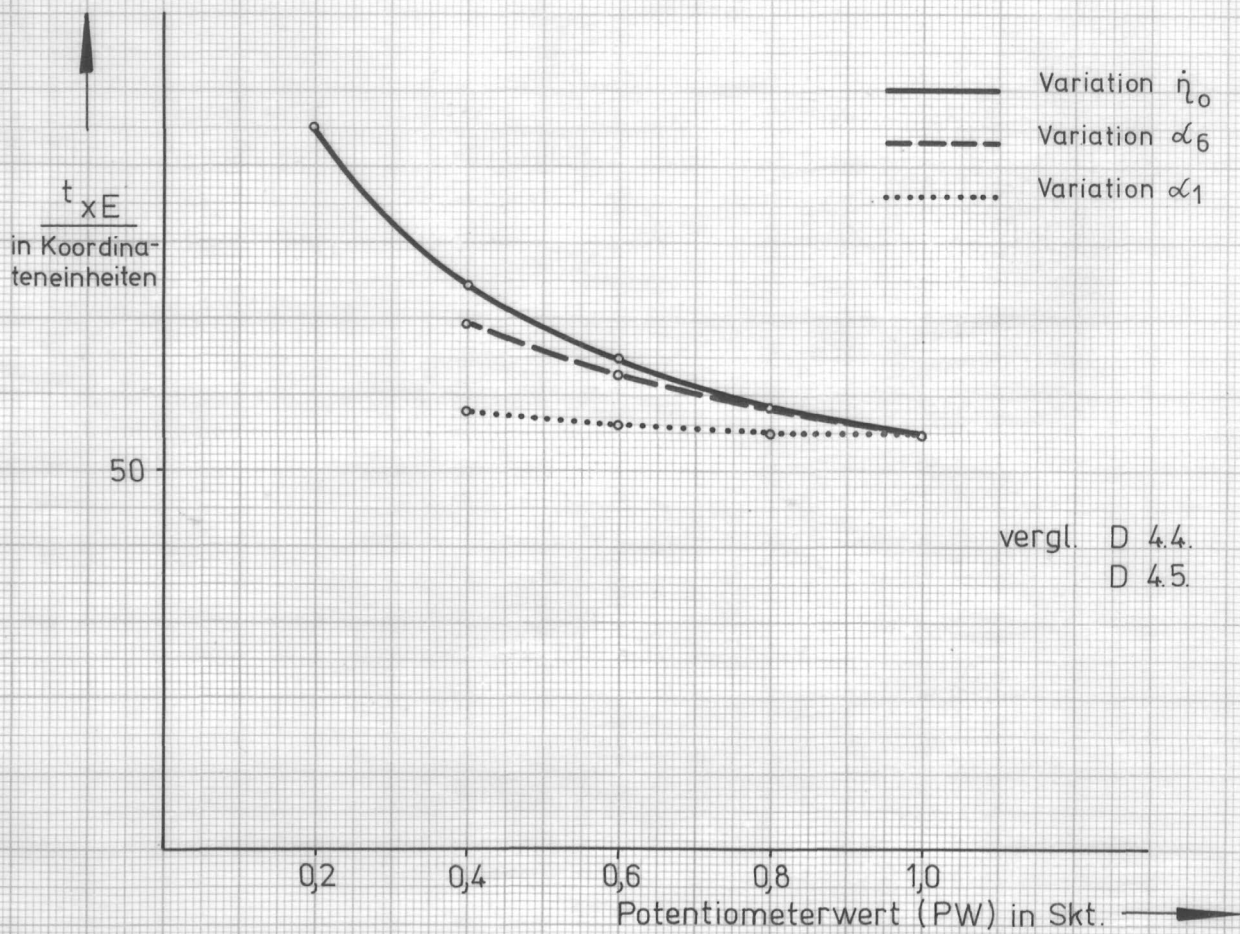
$$k_1 = 78 \text{ s}^{-1} \text{ mm}^{-1}$$

Nr.	$W_0 [\text{mJ}]$	$(W_0 [\text{p cm}])$	$v_0 [\text{mm/s}]$	$\dot{x}_{00} [\text{mm/s}]$	ε
1	3,05	31,1	221	/	
2	1,98	20,2	178	140	0,79
3	1,75	17,8	167	/	
4	1,28	13,0	143	119	0,83
5	1,07	10,9	131	/	
6	0,87	8,9	118	100	0,85
7	0,58	5,9	096	/	
8	0,38	3,9	078	068	0,87
9	0,26	2,7	065	058	0,89
10	0,20	2,0	056	/	
11	0,15	1,5	048	/	

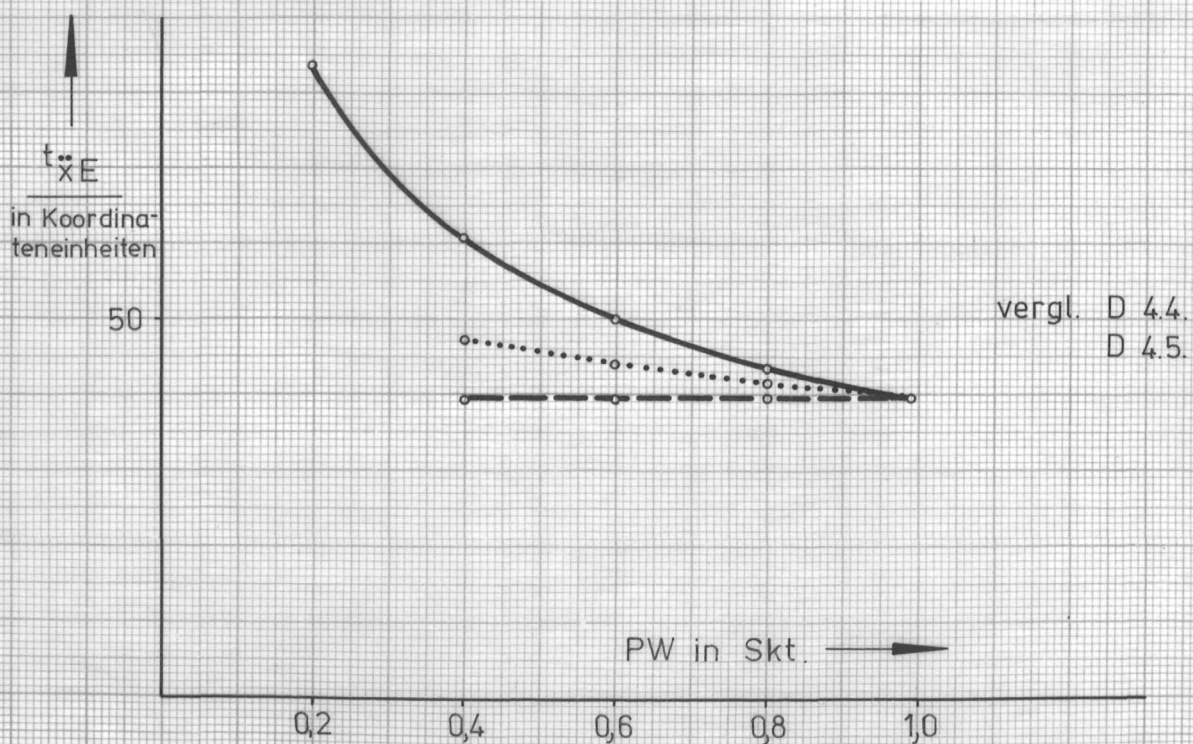


D 9.3. $\ddot{\eta} = -\alpha_1 \dot{\eta} |\eta| - \alpha_6 |\eta| \eta$ (s. D 5.2.2.)

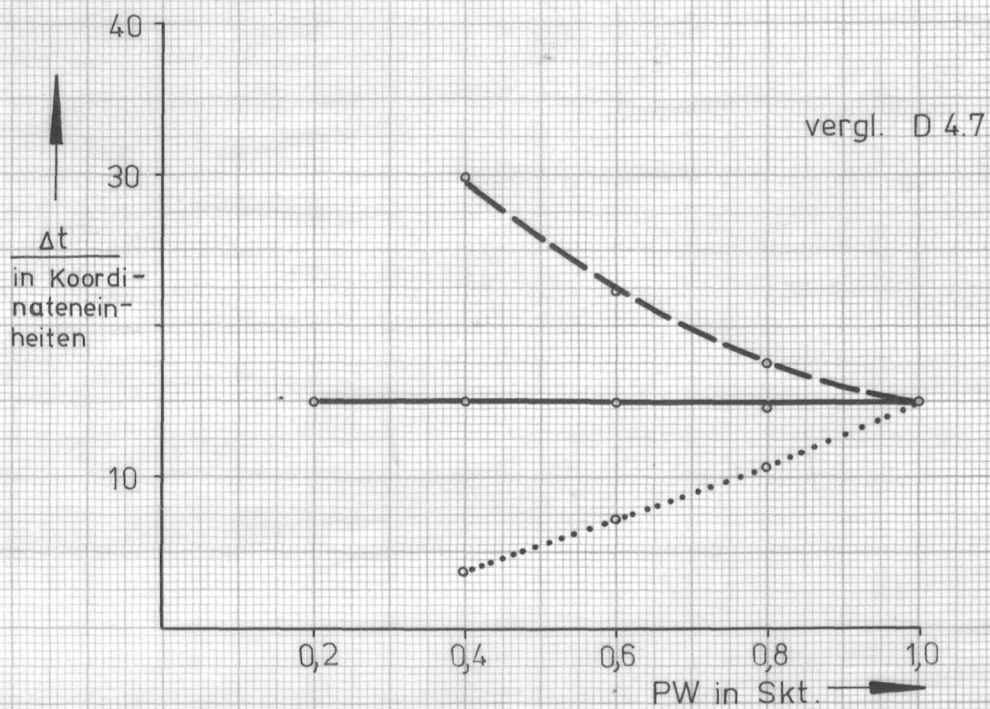
D 9.3.1. $t_{xE}(\dot{\eta}_0, \alpha_1, \alpha_6)$



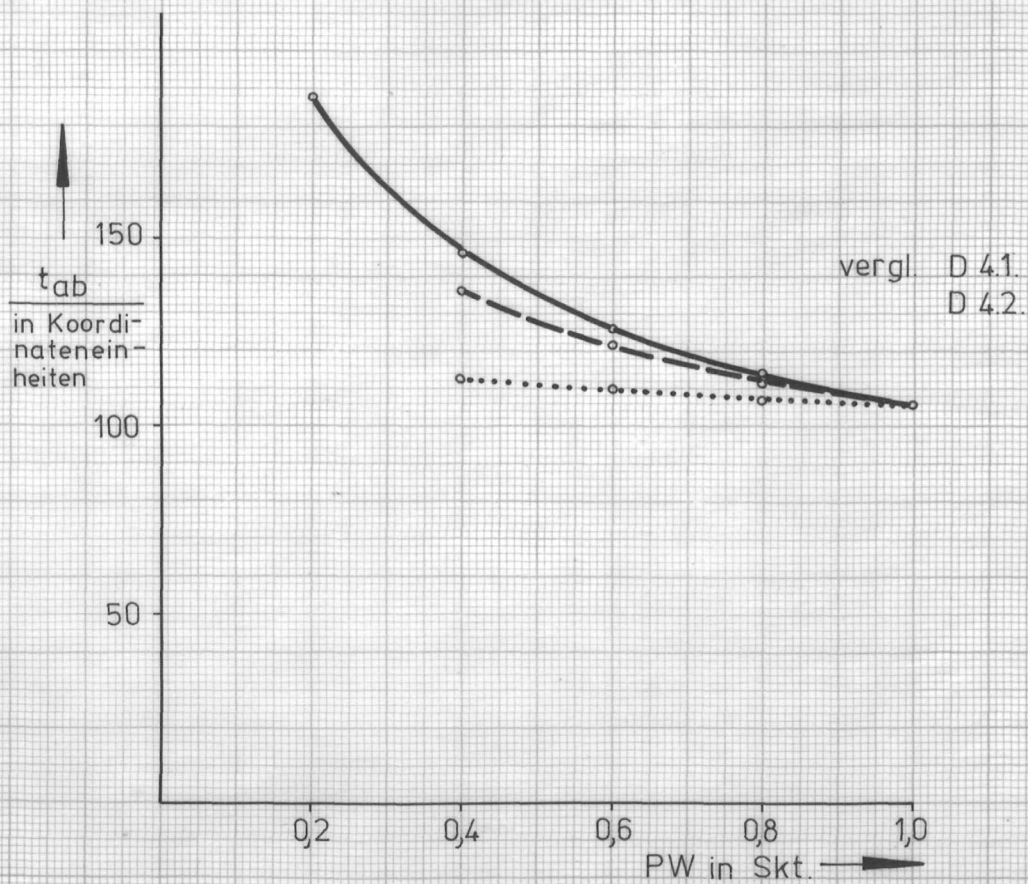
D 9.3.2. $t_{\ddot{x}E}(\dot{\eta}_0, \alpha_1, \alpha_6)$

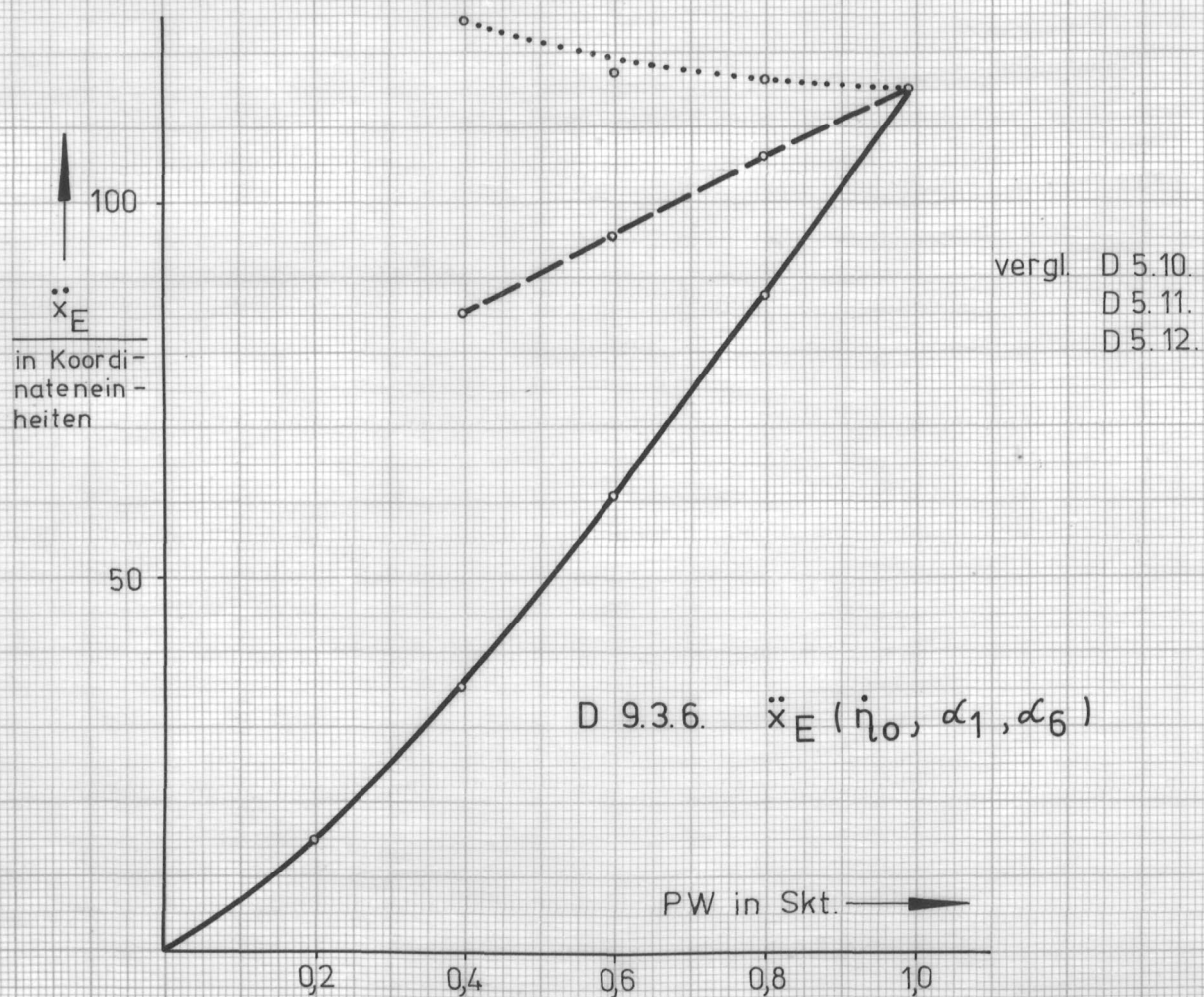
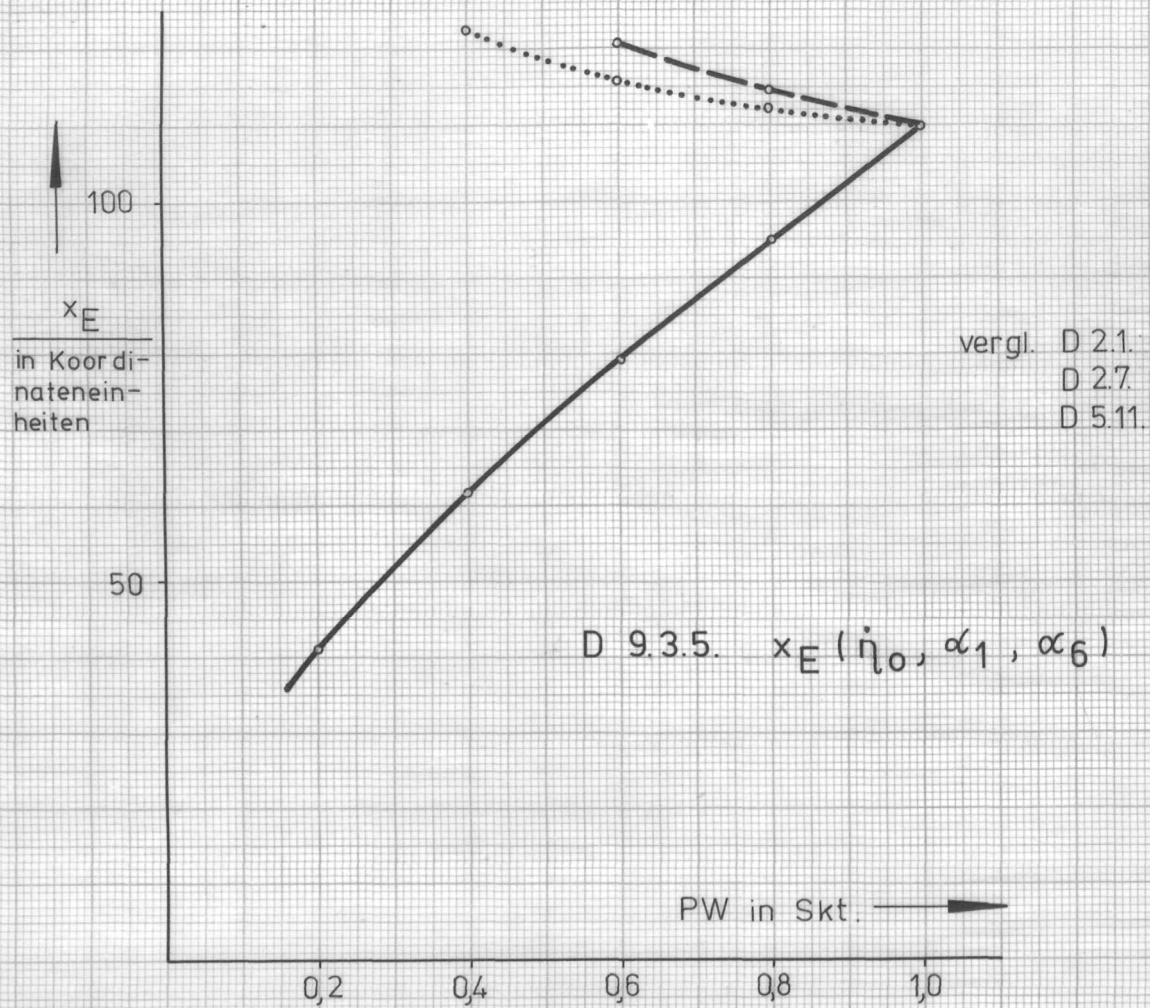


D 9.3.3. $\Delta t(\dot{\eta}_0, \alpha_1, \alpha_6)$

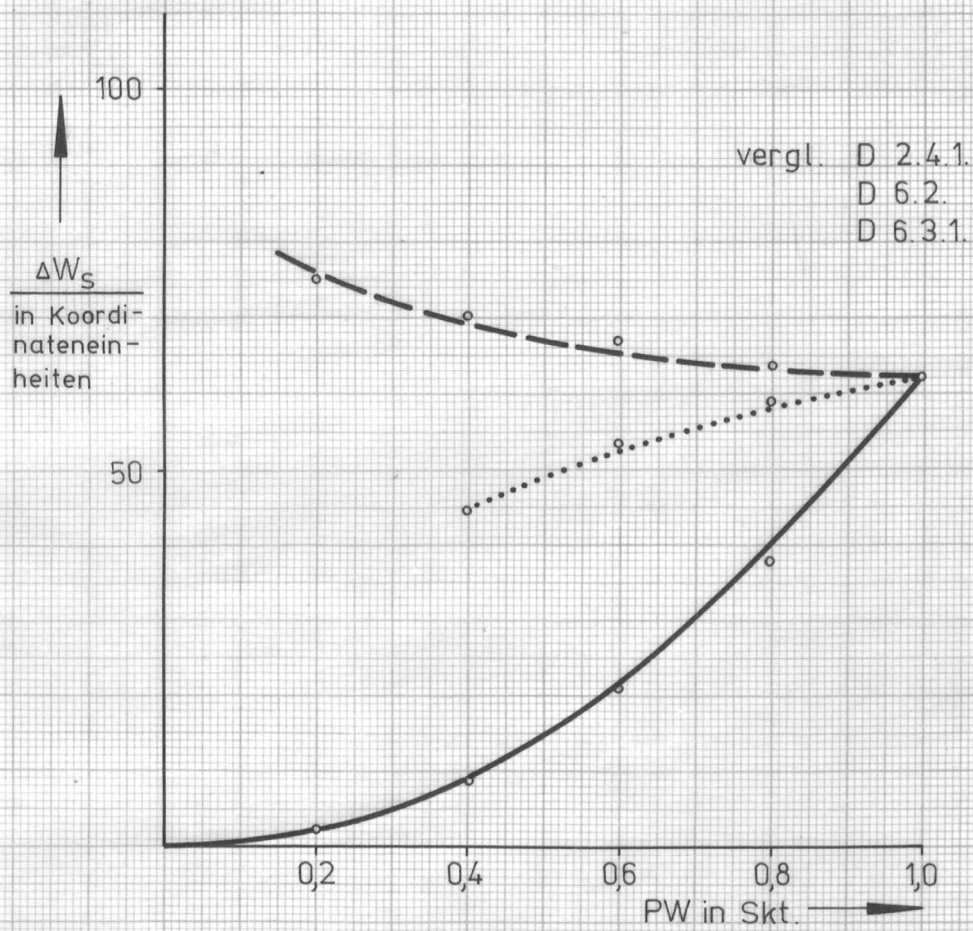


D 9.3.4. $t_{ab}(\dot{\eta}_0, \alpha_1, \alpha_6)$

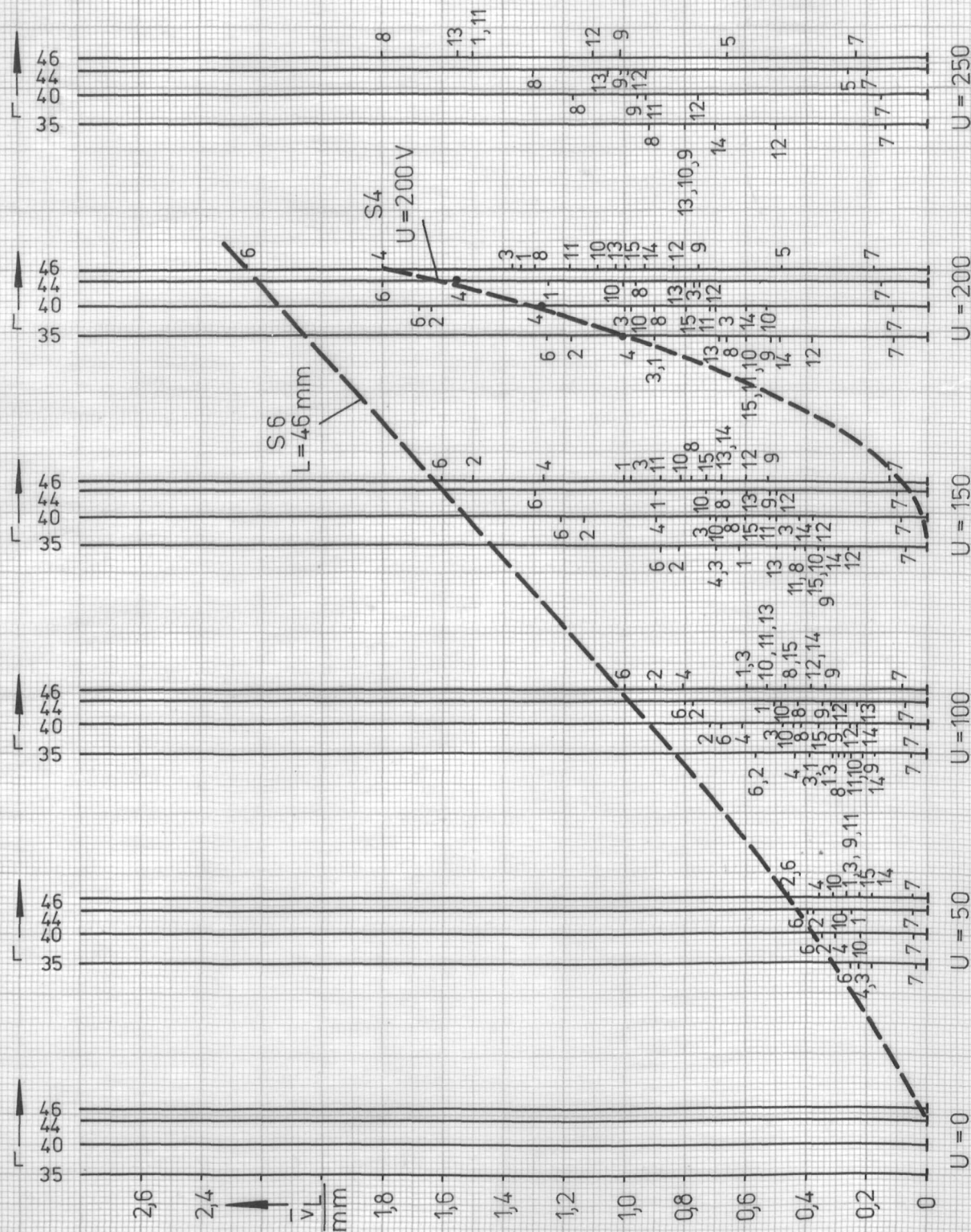




D 9.3.7. $\Delta W_S (\dot{\eta}_0, \alpha_1, \alpha_6)$



D 10.1. Ausschläge $\bar{v}_L(L, U)$ beim Umschalten von $E < 0$ auf $E > 0$ oder umgekehrt (s. Bild 4.8) ;
angegeben ist jeweils die Streifennummer (s. Tab. 5)



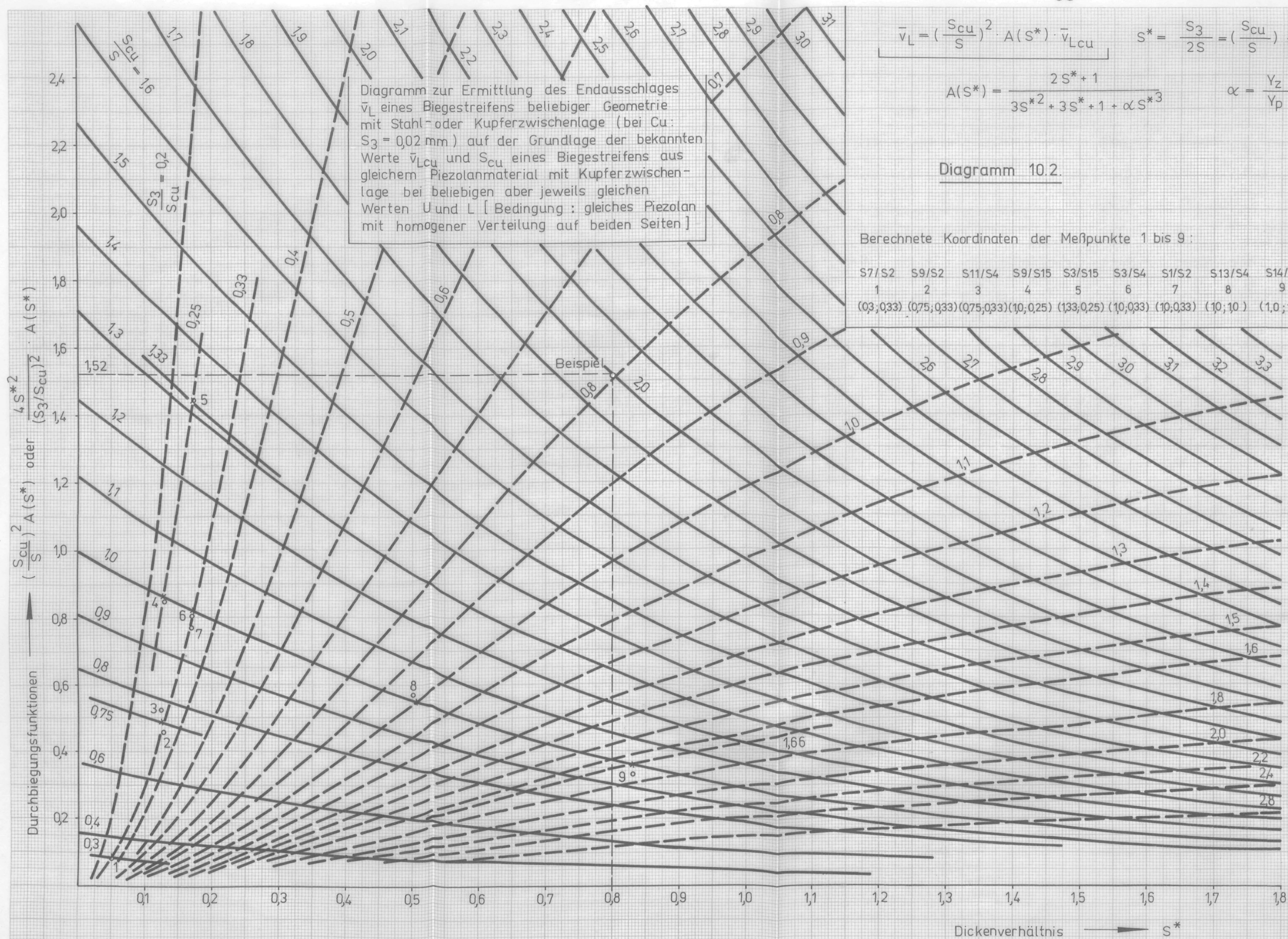
$[U] = V$

$[L] = \text{mm}$

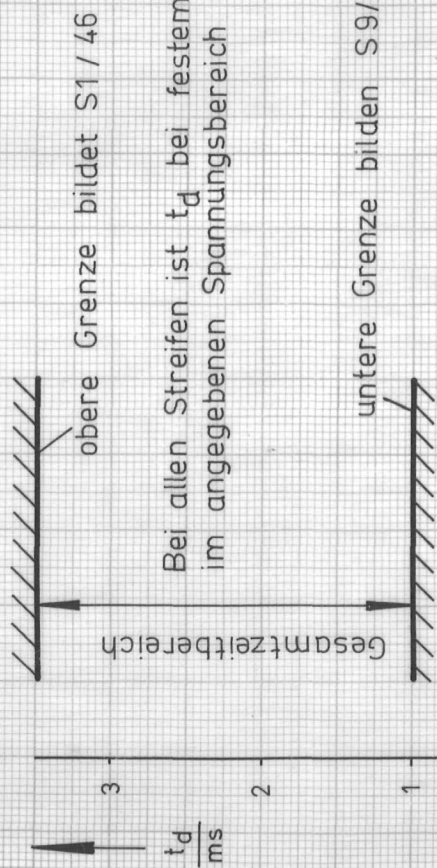
Bem.:

$\bar{v}_L(U)$ etwa linear ;

$\bar{v}_L(L)$ etwa quadratisch ;



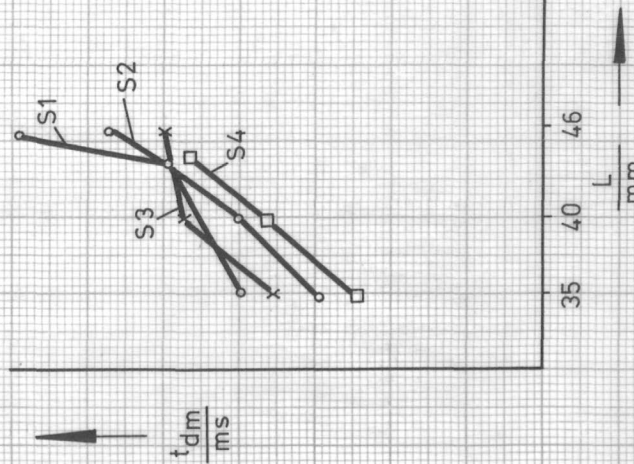
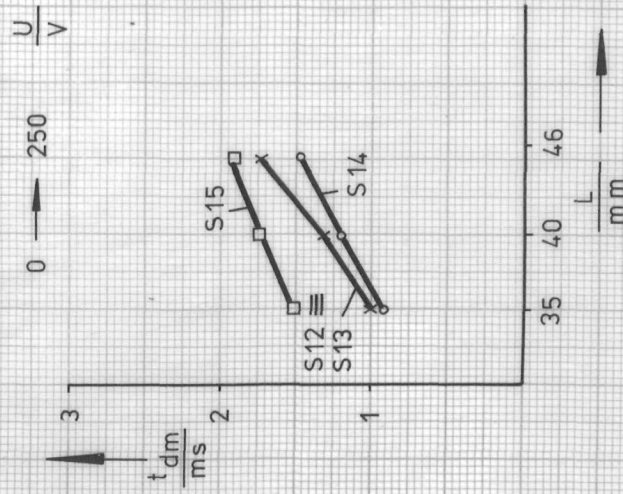
D 10.3. Abhängigkeiten der für den Biegestreifeneinsatz wichtigen Zeitdauer t_d
 (Massenbelastung durch Blende am Streifenende : $m_B = 150 \text{ mg}$)



Bei allen Streifen ist t_d bei festem Wert L
 im angegebenen Spannungsbereich konstant

(SN/L
 N: Streifennummer)
 $[L] = \text{mm}$

t_{dm} : mittlerer Wert von t_d
 über alle Spannungen



D 10.4. Biegestreifenenergien zum Zeitpunkt t_d

(Blendenmasse : $m_B = 150 \text{ mg}$)

$$\bar{W} = \frac{m_r \cdot m_B}{2} \cdot v_L^2 (t_d)$$

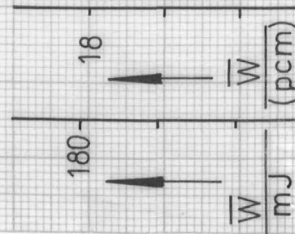
mit $m_r \approx \frac{m_s}{4}$

m_s : Biegestreifengesamtmasse

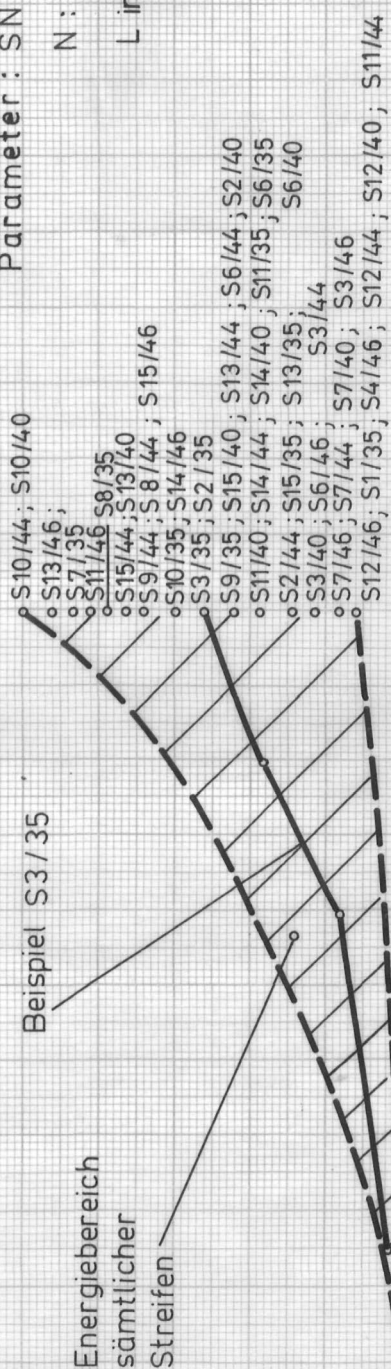
Bem.:

Tangentenbildung im Zeitpunkt t_d läßt die so ermittelten Energiewerte eines Streifens relativ stark schwanken.
Alle gemessenen Werte bewegen sich jedoch im angegebenen Bereich.

Die Werte für $U = 220 \text{ V}$ sind eingetragen



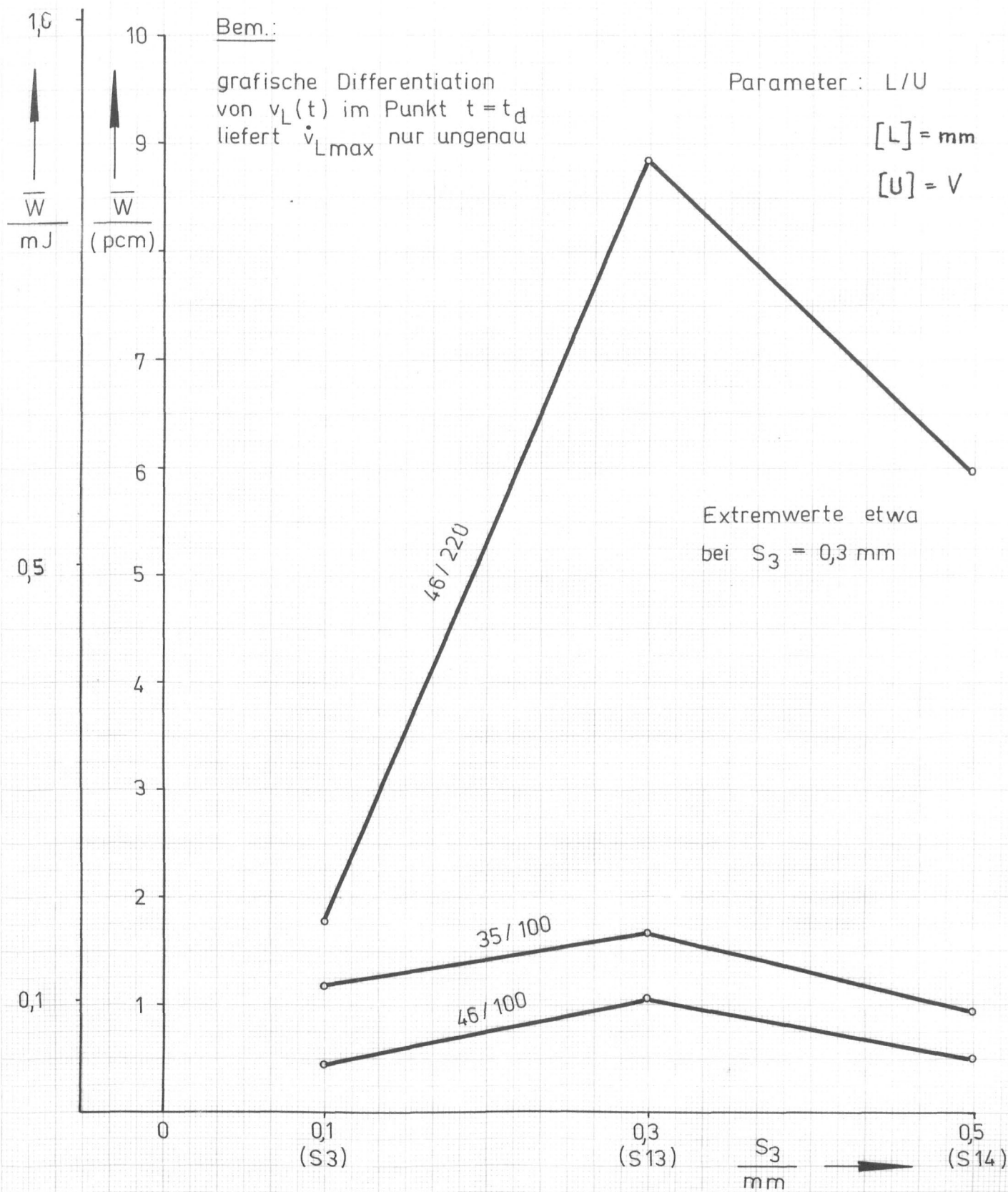
Parameter : SN / L
N : Streifennummer
L in mm



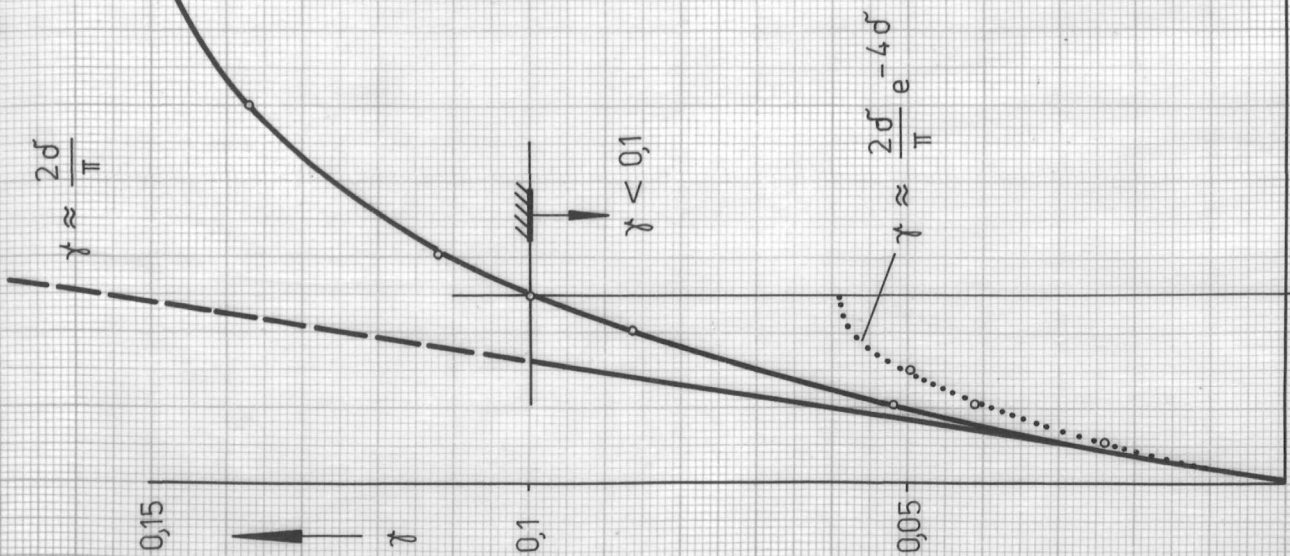
Beispiel S3/35

Energiebereich
sämtlicher
Streifen

D 10.5. $\bar{W} = \bar{W}(S_3)$



D 10.6 $\gamma = \gamma(\sigma')$



für $\gamma > 0,1599$ wird
der Übergang zum
Kriechfall vollzogen

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{2\pi} (1 - e^{-4\sigma'})$$

exakt:

$$\sigma' = \frac{1}{4} \ln |1 + 2\pi e^{4\sigma'} \cdot \sin \gamma|$$

mit $\gamma \approx \sin \gamma$ folgt:

$$\gamma \approx \frac{2\sigma'}{\pi} e^{-4\sigma'} \quad (\text{Näherung 1})$$

Mit $\sigma' \ll 0,25$

wird $e^{-4\sigma'} \rightarrow 1$

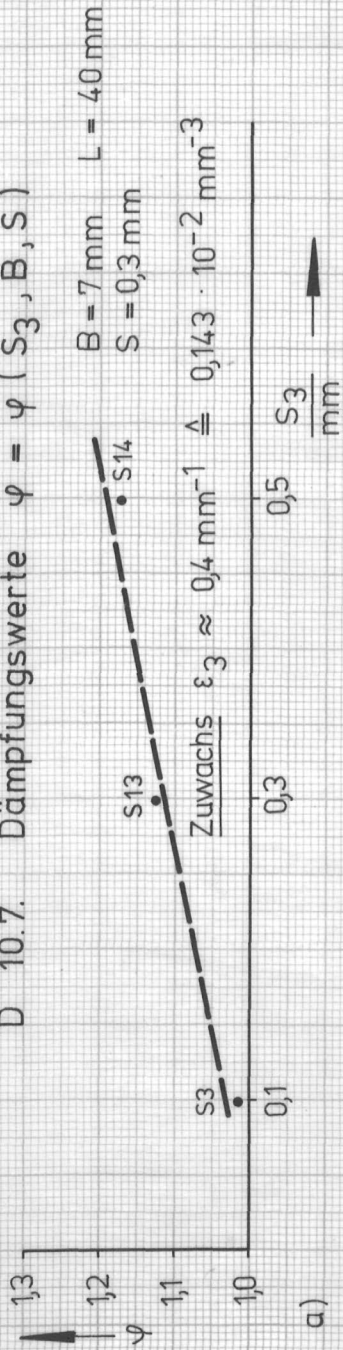
$$\gamma \approx \frac{2\sigma'}{\pi} \approx \frac{2x}{\omega} \approx \frac{2x}{\omega_0} \quad (\text{Näherung 2}) \quad \text{Glg. (66)}$$

0,2467245

$\sigma' = \ln |\varphi|$

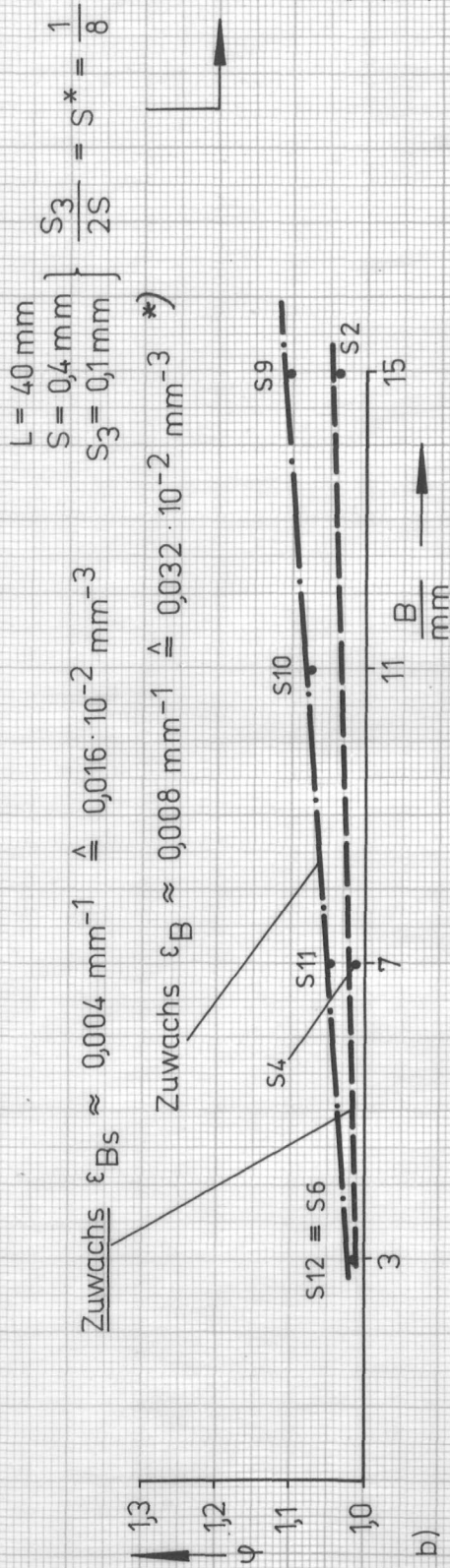
2

D 10.7. Dämpfungswerte $\varphi = \varphi(s_3, B, s)$



- Die φ - Werte wurden gemittelt (mindestens zehn Messungen)

- bezogen auf $\bar{v}_L = 0,8 \text{ mm}$



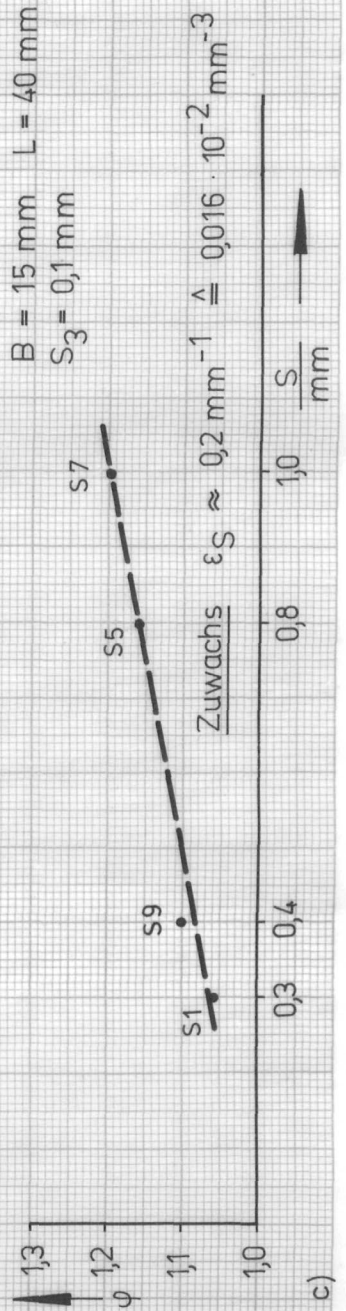
$= 0,030 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^{-3} \approx \varepsilon_B^{**})$

- gute Übereinstimmung
verschiedener Messungen -
(Vergleich *) mit **)

Bemerkung:

- Einfluß der Materialdämpfung ist gut zu erkennen

- $\varphi_3 \approx 9 \cdot \varphi_5$
(Stahlzwischen-
lage) (Piezolan)



D 10.8 Materialdämpfung in Abhängigkeit vom Volumen

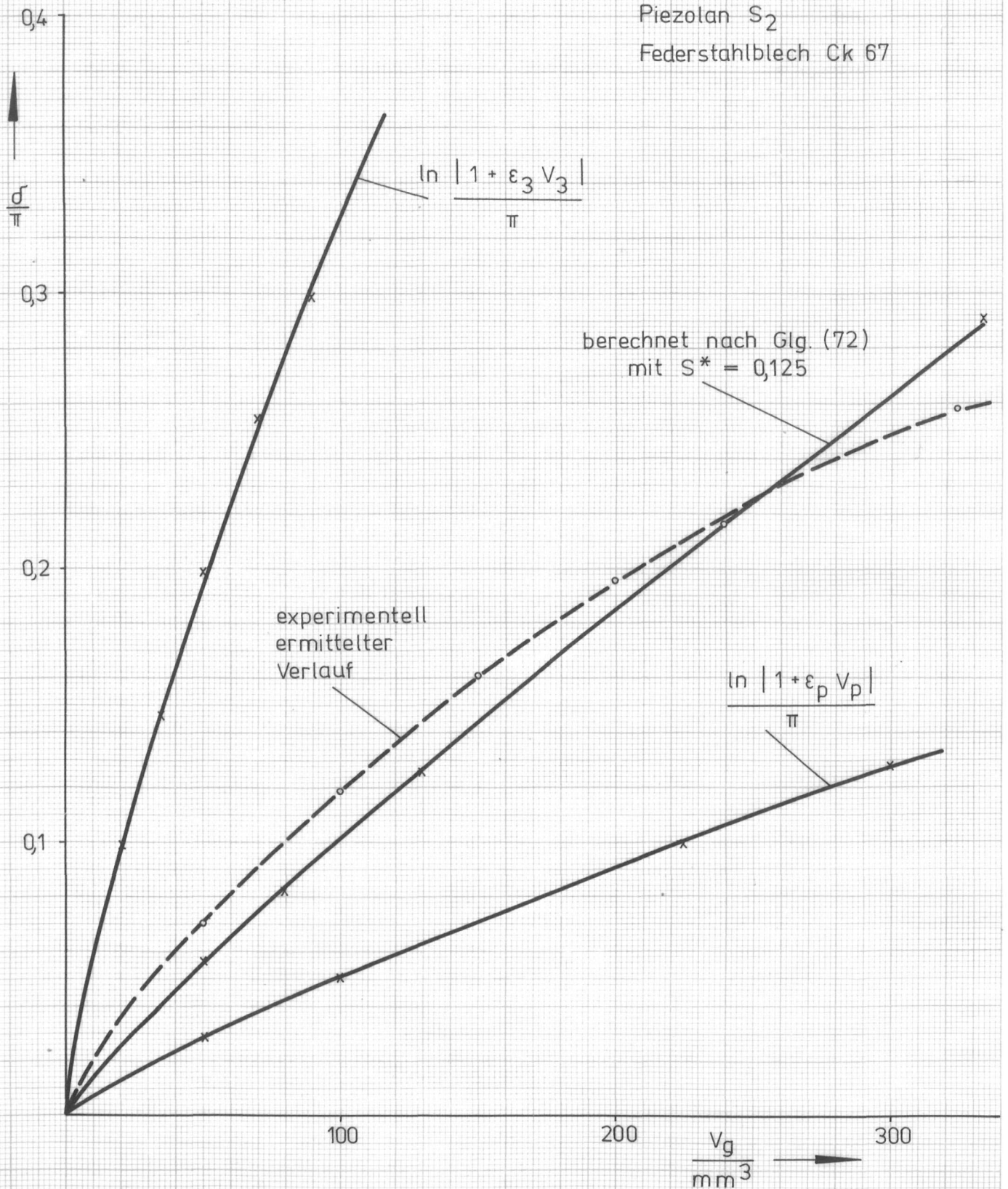
Parameter :

$L = 40 \text{ mm}$

$\bar{v}_L = 0,8 \text{ mm}$

Piezolan S_2

Federstahlblech Ck 67



3. Tabellen

3.1. Übersicht

Tabellen-Nr.	Bezeichnung (Inhalt)	Seite
T 1	Druckarten (schlagend)	107
T 2	Durchgeführte Experimente zur Aufzeichnung der Bewegungsgrößen	108
T 3	Vergleich der drei Dämpfungskraftansätze hinsichtlich ω und δ nach Voigt, Sorokin und der allgemeinen Form	107
T 4	Beziehungen zwischen k^* und γ bei harmonischen Schwingungen	109
T 5	Koeffizienten A_i in der dritten, mittels Laplace-Transformation berechneten, Lösungsnäherung $x_3(t)$ der Dgl. (26.3) unter Beachtung von $m_0 : = 0$	110
T 6	\mathcal{E} -Werte der Paarung Drucknadel/Aufzeichnungsträger (ermittelt im Fallversuch)	111
T 7	Untersuchte Piezo-Biegestreifen	112

3.2. Tabellen

T 1 bis T 7

T 1 Druckarten (schlagend)		Relativbewegung des Aufzeichnungsträgers senkrecht zur Stoßrichtung des Druckele- mentes während des Kontaktes beider Körper	
		vorhanden	nicht vorhanden
Verbindung zwi- schen Druckele- ment und seinem Antrieb während des Abdruckvor- ganges	nein	1. frei/fliegend	2. frei/ruhend
	ja	3. gebunden/fliegend	4. gebunden/ruhend

T 3 Vergleich der drei Dämpfungskraftansätze hinsichtlich ω und δ nach Voigt, Sorokin und der allgemeinen Form			
Ansatz	ω	δ	mit $\bar{k} = \frac{k^*}{\omega}$ und $\omega_0^2 = \frac{c}{m}$
a) Voigt $D = \bar{k} \dot{q}$	$= \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\bar{k}^2}{4m^2}}$	$= \frac{\pi \bar{k}}{2m \sqrt{\omega_0^2 - \bar{k}^2/4m^2}}$	
b) Sorokin /23/ $\tau \approx 1 + j\gamma$	$\approx \omega_0$	$\approx \pi \cdot \frac{\gamma}{2}$	
c) allgemeine Form $\tau = e^{j\gamma}$	$= \omega_0 \cos \frac{\gamma}{2}$	$= \pi \cdot \tan \frac{\gamma}{2}$	

T 2		Form des Druckelementes										Zeichenerklärung															
Durchgeführte Experimente zur Aufzeichnung der Bewegungsgrößen		Kreisförmiger Zylinder					Kegelstumpf					Kugel					Stoßmassen in g	Versuch nach Bild 6									
		Durchmesser d der Druckfläche in mm										Kugeldurchmesser 0,3mm						Versuch nach Bild 11									
		0,3		1,0		2,0		0,3																			
		Verwendete Druckwalze					Al: Aluminium					G: Gummi															
		Al	G	Al	G	Al	G	Al	G	Al	G	Al	G	Al	G	Kennziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Anzahl Δ der Lagen	0	S: Seide	N	6, 7 ●	Obis9 bis▲			5bis9 ●		5bis9 ●		5,7,9 ●		6, 7 ●	Relativgeschw. v_r in ms^{-1}	0	etwa fünf Zwischenwerte										0,6
			S	6, 7 Y ● bis▲ Z																							
			B																								
			N		6, 7																						
			S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																						
			B																								
	1	S: Seide	N		6, 7										Kennzeichen	●	bis										▲
			S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																						
			B																								
			N		6, 7																						
			S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																						
			B																								
	2	S: Seide	N		6, 7										Papier-sorte Art.Nr. (p=1)	9 129 331	9 121 470	Kartei-karte Art.Nr. 1 821 501									
			S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																						
			B																								
			N		6, 7																						
			S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																						
			B																								
	3	B: Baumwolle N: ohne	N		6,, 7										Kenn-buch-stabe	X	Y	Z (p=0)									
			S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																						
B																											
N				6,, 7																							
S			6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																							
B																											
4	Verwendetes Farbband:	N		6, 7										-	bei jeder der verwendeten Parameterkombinationen wurde \dot{x}_0 zwischen fünf und neun verschiedenen Werten variiert und jeder dieser \dot{x}_0 -Einstellungen zwischen sechs- und zehnmal wiederholt (mit Ausnahme der Versuche mit den Kennziffern 0, 1 und 2 im Feld F_{12} , bei denen wegen der stoßförmigen Anregung des Druckelementes keine exakte Wiederholung der Versuche möglich ist)												
		S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																							
		B																									
		N		6, 7																							
		S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																							
		B																									
5	Verwendetes Farbband:	N		6, 7										-	Feldbezeichnung: F_{ij}												
		S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																							
		B																									
		N		6, 7																							
		S	6,7 Y ● bis▲	Y, Z ● bis▲																							
		B																									

nicht durchgeführt

Erläuterungen:

- bei jeder der verwendeten Parameterkombinationen wurde \dot{x}_0 zwischen fünf und neun verschiedenen Werten variiert und jeder dieser \dot{x}_0 -Einstellungen zwischen sechs- und zehnmal wiederholt (mit Ausnahme der Versuche mit den Kennziffern 0, 1 und 2 im Feld F_{12} , bei denen wegen der stoßförmigen Anregung des Druckelementes keine exakte Wiederholung der Versuche möglich ist)
- Feldbezeichnung: F_{ij}

T 4		Beziehungen zwischen k^* und γ bei harmonischen Schwingungen	
Schwingungsart	$x = c e^{j\gamma}$		
Freie Schwingungen	$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\bar{k}}{2m\omega_0} = \frac{k^*}{2m\omega_0}$	$\gamma \approx \frac{\bar{k}}{m\omega_0} \approx \frac{k^*}{m\omega_0}$ $\approx \frac{k^*}{m\omega_0^2} = \frac{k^*}{c}$	$x \approx c(1+j\gamma)$
	$k^* = 2m\omega_0 \sin \frac{\gamma}{2}$	$k^* \approx c\gamma$	
Erzwungene Schwingungen	Amplitudenfrequenzgang	Voigt: $q_p = \frac{F_0 \cos(\Omega t - \arctan \frac{\bar{k}\Omega}{c - m\Omega^2})}{\sqrt{(c - m\Omega^2)^2 + \bar{k}^2 \Omega^2}}$ (18)	
		$q_p = \frac{F_0 \cos(\Omega t - \arctan(c \cdot \sin \gamma / (c \cdot \cos \gamma - m\Omega^2)))}{\sqrt{(c \cdot \cos \gamma - m\Omega^2)^2 + c^2 \sin^2 \gamma}}$	$q_p \approx \frac{F_0 \cos(\Omega t - \arctan \frac{c\gamma}{c - m\Omega^2})}{\sqrt{(c - m\Omega^2)^2 + c^2 \gamma^2}}$
		Vergleich mit (18) bezüglich Phasenverschiebung liefert:	
		$k^* = \frac{c(\omega_0^2 - \Omega^2) \sin \gamma}{\omega_0^2 \cos \gamma - \Omega^2}$	$\gamma \approx \frac{\bar{k}\Omega}{c}$ $k^* \approx c\gamma$

T 5

Koeffizienten A_i in der dritten, mittels Laplace-Transformation berechneten
Lösungsnäherung $x_3(t)$ der Dgl. (26.3) unter Beachtung von $m_0 = 0$

i	A_i
1	$k_1 v_0^2$
2	$k_2 v_0^3 + \bar{c}_2 v_0^2$
3	$\bar{c}_3 v_0^3 - \frac{2k_1^2 v_0^3}{3}$
4	$-\frac{\bar{c}_2 k_1 v_0^3}{3} - \frac{5k_1 k_2 v_0^4}{4}$
5	$\frac{k_1^3 v_0^4}{12} - \frac{\bar{c}_2^2 v_0^3}{6} - \frac{4k_1 \bar{c}_3 v_0^4}{5} - \frac{2k_2 \bar{c}_2 v_0^4}{3} - \frac{k_2^2 v_0^5}{2}$
6	$\frac{k_1^2 \bar{c}_2 v_0^4}{8} - \frac{7\bar{c}_2 \bar{c}_3 v_0^4}{20} + \frac{k_1^2 k_2 v_0^5}{8} - \frac{3k_2 \bar{c}_3 v_0^5}{5}$
7	$\left(\frac{\bar{c}_2 k_1 v_0^4}{18} + \frac{k_1 k_2 v_0^5}{4} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) + \frac{3k_1^2 \bar{c}_3 v_0^5}{20} - \frac{3\bar{c}_3^2 v_0^5}{10}$
8	$\left(\frac{\bar{c}_2^2 v_0^4}{144} + \frac{29\bar{c}_3 k_1 v_0^5}{240} + \frac{10\bar{c}_2 k_2 v_0^5}{144} + \frac{k_2^2 v_0^6}{16} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) + \frac{\bar{c}_2 \bar{c}_3 k_1 v_0^5}{60} + \frac{3\bar{c}_3 k_1 k_2 v_0^6}{20} - \frac{k_1^3 k_2 v_0^6}{72}$
9	$\left(\frac{7\bar{c}_2 \bar{c}_3 v_0^5}{240} + \frac{5\bar{c}_3 k_2 v_0^6}{48} - \frac{5k_1^2 k_2 v_0^6}{216} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) + \frac{5\bar{c}_3^2 k_1 v_0^6}{80} - \frac{\bar{c}_3 k_1^3 v_0^6}{216}$
10	$\left(\frac{\bar{c}_3^2 v_0^6}{40} - \frac{\bar{c}_3 k_1^2 v_0^6}{144} - \frac{11k_1 k_2 v_0^6 (\bar{c}_2 + k_2 v_0)}{864} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) + \frac{\bar{c}_2 \bar{c}_3 v_0^6}{400} + \frac{11\bar{c}_3^2 k_2 v_0^7}{400} - \frac{11\bar{c}_3 k_1^2 k_2 v_0^7}{720}$
11	$-\left(\frac{k_2 v_0^6 (\bar{c}_2 + k_2 v_0)^2}{432} + \frac{\bar{c}_3 k_1 v_0^6 (\bar{c}_2 + k_2 v_0)}{288} + \frac{\bar{c}_3 k_1 k_2 v_0^7}{60} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) + \frac{3\bar{c}_3^3 v_0^7}{400} - \frac{\bar{c}_3^2 k_1^2 v_0^7}{240}$
12	$-\left(\frac{\bar{c}_3 v_0^6 (\bar{c}_2 + k_2 v_0)^2}{1728} + \frac{13\bar{c}_3 k_2 v_0^7 (\bar{c}_2 + k_2 v_0)}{2880} + \frac{\bar{c}_3^2 k_1 v_0^7}{240} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) - \frac{13\bar{c}_3^2 k_1 k_2 v_0^8}{2400}$
13	$-\left(\frac{\bar{c}_3^2 \bar{c}_2 v_0^7}{960} - \frac{7\bar{c}_3^2 k_2 v_0^8}{4800} \right) (\bar{c}_2 + k_2 v_0) - \bar{c}_3^3 k_1 v_0^8$
14	$-\frac{\bar{c}_3^3 v_0^8}{1600} (\bar{c}_2 + k_2 v_0) - \frac{\bar{c}_3^3 k_2 v_0^9}{1600}$
15	$-\frac{\bar{c}_3^4 v_0^9}{8000}$

T 6			Gummiwalze		Aluminiumwalze			
			Farbband					
			mit	ohne	ohne	mit		
$\varepsilon = \sqrt{\frac{h}{H}}$ (Masse d. Fallgewichts ≈ 2 g ; d = 0,3 mm)								
Aufzeichnungsträger $\Lambda = 1$: Papier Art.Nr. 9 129 331 $\Lambda = 2$ bis 5 : Durchschlag- papier			Karteikarte	0,16	0,16	0,04	0,03	
			Λ	0	0,15	0,16	0,20	0,03
				1	0,13	0,16	0,05	0,03
				2	0,12	0,14	0,03	0,03
				3	0,11	0,14	0,02	0,03
				4	0,10	0,14	0,02	0,03
				5	0,10	0,14	0,02	0,03
			Zum Vergleich: Stahlkugel $\varnothing 10$ mm bei $\Lambda = 0$				0,18	0,42

T 7		Dicke S ₃ der Zwischenlage																			
Untersuchte Piezo-Biegestreifen		0 mm (Kupferfolie 0,02 mm)					0,1 mm					0,3 mm					0,5 mm				
		Breite B der Biegestreifen (in mm)																			
Dicke S der Piezokeramikstreifen		3	7	11	15	3	7	11	15	3	7	11	15	3	7	11	15				
0,3 mm		S6	S4		S2		S3		S10		S13		S8		S14						
0,4 mm			S15			S12	S11	S10	S9												
0,8 mm									S5												
1,0 mm									S7												
Biegestreifengesamtmasse m _S in g		S1 4,6	S2 4,17	S3 2,3	S4 2,2	S5 10,35	S6 0,86	S7 12,8	S8 6,1	S9 5,8	S10 4,4	S11 2,8									
		S12 1,15	S13 2,9	S14 3,25	S15 3,45																
Biegestreifen S N ; N gilt der Numerierung (N= 1 bis 15) Material: Piezolan S ₂ des VEB Keramische Werke Hermsdorf																					

4. Anhang zu Teil I

Nachfolgend werden kurz diejenigen im Kapitel 1.5.2. des Teiles I der Arbeit auf Seite 49 übersichtsmäßig erwähnten Näherungsmethoden zur Lösung der Dgl. (26.3) bzw. des Systems (28) beschrieben, die keine Anwendung fanden:

- Die Kollokationsmethode garantiert zwar eine Näherungslösung, die der exakten sehr nahe kommt, erfordert aber einen großen Rechenaufwand. Es müßten für eine bestimmte Parameterkombination experimentell gewonnene Kurven für mehrere Werte \dot{x}_0 herangezogen und dies dann für andere Parameterkombinationen wiederholt werden. Die so gewonnenen Koeffizienten α_k des Lösungsansatzes $x(t) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \cdot f(t)$ werden dann gemittelt.
- Die Mittelungsmethode von Krylow/Bogoljubow wird in der Literatur stets auf Dgln. mit linearem Rückstellglied angewendet. Es bliebe zu untersuchen, ob diese Methode auch Erfolg hat, wenn $F_R(x)$ so wie im hier betrachteten Fall angesetzt wird (zunächst mit $m_0 \equiv 0$). Die Lösung der dämpfungs-freien Dgl. führt dann auf JACOBIsche elliptische Funktionen, die zur notwendigen anschließenden Differentiation in Potenzreihen umgeschrieben werden.
- Die Anwendung der Verfahren von Ritz und Galerkin erfordert die Kenntnis der zweiten Randbedingung $x(t = t_1) = 0$ (vgl. Bild 28.1), die aber aus den hier angestellten Experimenten nicht ermittelt werden kann.
- Setzt man z.B. $x_1(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$ oder $x_1(t) = a t e^{-bt}$ als erste Näherungen in der Methode der schrittweisen Verbesserung an, dann bereitet die Abschätzung des Korrekturgliedes beträchtliche Schwierigkeiten. Die Parameter ω bzw. a und b der Näherungslösung müssen bekannt sein. Diese hängen aber ab von der Parameterkombination in der Dgl. und sind daher bei jedem Versuch verschieden (Tabellieren der Parameter).
- Ebenso wie bei der Mittelungsmethode wird bei der Störungsmethode die Existenz eines kleinen Parameters beim nichtlinearen Teil der Dgl. vorausgesetzt. Die zeitliche Änderung der Amplituden der Lösung $x(t)$ soll also klein sein. Die Untersuchungen an der Analogierechenanlage zeigen aber, daß dies nicht zutrifft. Bei der einfachen Störungsmethode treten zudem säkulare Glieder auf, die nur durch ein sehr aufwendiges Verfahren eliminiert werden können.
- Das Verfahren von Tschaplygin ist ein recht breit anwendbares und schnell konvergierendes Verfahren. Es werden zwei Funktionen $y = \alpha(x)$ und $y = \beta(x)$ gesucht, mit deren Hilfe eine zweiseitige Abschätzung (Einschachtelung) der Funktion $y = y(x)$ möglich wird:

$$\begin{aligned} \alpha'(x) &\stackrel{!}{<} \gamma'(x, \alpha(x)) \\ \beta'(x) &\stackrel{!}{>} \gamma'(x, \beta(x)) \end{aligned} \quad \forall x \geq 0$$

Dabei ist $\beta(x)$ leicht zu finden (z.B. $\beta(x) = \dot{x}_0 + \frac{\dot{x}_0}{x_E} x$, für $y > 0$). Aus der Dgl. (28) ist aber abzulesen, daß $y' \rightarrow -\infty$ für $y \rightarrow 0$. Eine Funktion $\alpha(x)$ kann deshalb hier nicht angegeben werden. Für die Halbebene $x > 0, y < 0$ liegen die Verhältnisse genau umgekehrt.

- Die Methode nach Newton-Kantorowitsch liefert

$$\gamma_{v+1}(x) = e^{\int_0^x p_v(w) dw} \left(v_0 + \int_0^x q_v(z) e^{-\int_0^z p_v(w) dw} dz \right)$$

mit

$$p_v(x) = \frac{\partial}{\partial y} (\gamma'(x, \gamma_v(x)))$$

und

$$q_v(x) = \gamma'(x, \gamma_v(x)) - p_v(x) \gamma_v(x).$$

Dabei ist $y' = -f_2(x)y - f_1(x) - \frac{f_0(x)}{y}$.

Will man die Integration zu $y(x)$ allgemein durchführen, stößt man bereits bei der Ermittlung von y_1 auf große Integrationsschwierigkeiten ($y_0 = v_0$).

Das Verfahren lohnt sich aber, wenn die Durchrechnung für bestimmte Werte $m_0, m, a_1, a_2, b_1, c_2$ und c_3 geschehen soll. Die einzelnen Schritte sind dann schnell durchführbar.

- Die Umwandlung der Dgl. $y' = g(x, y)$ aus (28) in eine exakte Dgl. liefert für den Eulerschen Multiplikator $\mu(x, y)$ eine lineare, homogene partielle Dgl. erster Ordnung.

Die Lösung deren charakteristischen Systems

$$-\frac{dx}{y} = \frac{dy}{f_2 y^2 + f_1 y + f_0} = -\frac{d\mu}{f_2 y + f_1}$$

führt dabei selbst wieder zurück auf das Ausgangsproblem, nämlich die Notwendigkeit der Lösung von $y' = g(x, y)$.

- Gelingt es, die Abelsche Dgl. aus (28) nach y oder/und x aufzulösen, dann gewinnt man mit $p := y'$ als Parameter Lösungen in der Parameterform $x = x(p)$ oder/und $y = y(p)$. Elimination von p liefert schließlich $y = y(x)$.

Im konkreten Fall dieser Abelschen Dgl. sind die Beziehungen für $\frac{dx}{dp}$ bzw. $\frac{dp}{dx}$ und $\frac{dy}{dp}$ bzw. $\frac{dp}{dy}$ auch im Anwendungsfall $m_0 = 0$ selbst wieder nichtlineare Dgl., die teilweise noch schwerer zu behandeln sind, als die Ausgangsgleichungen (28).

- Ähnlich der Methode der schrittweisen Verbesserung muß auch bei der Methode der kleinsten Quadrate das Restglied $R(t)$ bestimmt

werden, das sich beim Einsetzen einer Näherungslösung in die Dgl. ergibt. Die Näherung wird mit $x(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(t)$ angesetzt.

Enthält $f_i(t)$ von den jeweiligen Versuchsbedingungen abhängige Parameter (z.B. a_i und b_i in $f_i(t) = a_i t e^{b_i t}$), müssen diejenigen Parameter, die nicht multiplikativ in α_i einfließen, bekannt sein (hier: b_i).

Da dieses Verfahren aber v Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten α_i festlegt, sind solche Näherungen, bei denen die im Argument von $f_i(t)$ stehenden Parameter außerdem noch in α_i einfließen, prinzipiell verwendbar, so z.B. $f_i(t) = \frac{v_0}{\omega_i} \sin \omega_i t$. Die Bestimmungsgleichung $2 \int_0^{t'} R(t) \frac{\partial R(t)}{\partial \alpha_i} dt = 0$ wird (wenn möglich) nach α_i (hier nach $\frac{v_0}{\omega_i}$ bzw. ω_i) aufgelöst. Allerdings muß nun auch wieder der von der Parameterkombination in der Dgl. abhängige Endpunkt t' des betrachteten Zeitintervalls (z.B. $0 \leq t \leq t_{ab} = t'$) bekannt sein. Da mit Hilfe von Kontaktmessungen t_{ab} schnell bestimmt werden kann (und v_0 ohnehin als bekannt vorausgesetzt wird), eignet sich diese Methode für die theoretische Erfassung von solchen Versuchen, bei denen wenig Stoßparameter (z.B. nur m) variiert werden (Aufnahme der Abhängigkeit t' von den Parametern, hier die Kennlinie $t' = t'(m, v_0)$).

Außerdem muß die gültige Stoßdgl. möglichst einfache Struktur besitzen (z.B. $a_2 = 0$, $n = 1$, $m_0 \equiv 0$), um eine Auflösung der Bestimmungsgleichung nach α_i erreichen zu können.

- Die sinusähnliche Form der Stoßweg-Zeit-Abhängigkeit legt wohl stets die Näherung $x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$ nahe. Die Methode der harmonischen Linearisierung nach Krylow/Bogoljubow gestattet damit die Umwandlung der Dgl. (26.3) in eine lineare Dgl. mit konstanten, von ω abhängigen Koeffizienten.

In dem nichtlinearen Teil von (26.3) werden $x(t)$ und $\dot{x}(t) = v_0 \cos \omega t$ eingesetzt.

Entwicklung dieser Terme in Fourier-Reihen (Vernachlässigung der höheren Harmonischen; für $m_0 = 0$ bereitet die Bestimmung der Fourier-Koeffizienten keine Schwierigkeiten) und anschließendes Rückersetzen der entsprechenden sin- und cos-Ausdrücke durch $\sin \omega t = \frac{\omega}{v_0} x$ und $\cos \omega t = \frac{1}{v_0} \dot{x}$ liefert eine Dgl. der Form

$$\ddot{x} + \varphi_2(\omega) \dot{x} + \varphi_1(\omega) x + \varphi_0(\omega) = 0.$$

Die Funktionen $\varphi(\omega)$ enthalten natürlich auch die Parameter m , m_0 , a_1 , a_2 , b_1 , c_2 , c_3 der Ausgangsgleichung. Der Ersatz von Dgl. (26.3) durch eine lineare Dgl. bedingt natürlich den Wegfall der typisch nichtlinearen Eigenschaften der Lösung. Da aber nur

die erste Halbschwingung interessant ist, scheint dies gerechtfertigt.

Es kann ω näherungsweise durch $\omega \approx \frac{2\pi}{t_{\text{aus}}}$ festgelegt werden.

Damit ist auch dieses Verfahren nicht frei von der Notwendigkeit, eine bestimmte Kenngröße des Druckvorganges (hier: t_{aus}) in Abhängigkeit der Parameter des Stoßsystems ($m_0, m, c_n, a_1, a_2, b_1$) und in Abhängigkeit von v_0 experimentell aufzunehmen.

Die Lösung der linearen Ersatzdgl. ist die bekannte exponentiell abklingende Schwingung Glg. (11), in der das logarithmische Dekrement der Dämpfung und die Frequenz von $\varphi_1(\omega)$ und $\varphi_2(\omega)$ abhängen.

Will man dann z.B. sehen, wie sich $x(t)$ bei Variation von m unter sonst konstanten Bedingungen verändert, sind einfach φ_1 und φ_2 mit Hilfe der experimentell ermittelten Funktion $\omega = \omega(m)$ in $\varphi_1(m)$ und $\varphi_2(m)$ umzuschreiben.

- Die Transformation $\dot{x} = \frac{1}{t'(x)}$, $t' := z$ formt die Dgl. (26.3) in eine Abelsche Dgl. erster Art um:

$$z' = f_0 z^3 + f_1 z^2 + f_2 z \quad (37)^{1)}$$

In /19/ werden zwei Transformationen angegeben, mit denen Dgl.(37) auf eine einfachere Form gebracht werden kann:

$$z(x) := u(x) \eta(\xi) \quad \text{mit} \quad \xi = \int u f_1 dx \quad \text{und} \quad u = e^{\int f_2 dx}.$$

Daraus folgt mit $\frac{d}{d\xi}(\quad) = (\quad)^0$

$$\eta^0 = h(\xi) \eta^3 + \eta^2 \quad \text{wobei} \quad h(\xi) = \frac{f_0}{f_1} u. \quad (38)$$

Voraussetzung ist dafür, daß $f_1 \neq 0$. Dies ist für alle $x \geq 0$ erfüllt, da a_1, a_2 und b_1 stets positiv sein sollen.

Mit $\eta(\xi) = [w \xi^a(w)]^{-1}$, wobei $(\quad)^a = \frac{d}{dw}(\quad)$, geht Glg. (38) über in

$$w^2 \xi^{aa}(w) + h(\xi) = 0. \quad (39)$$

Falls $h(\xi)$ eine lineare Funktion darstellt, handelt es sich bei

¹⁾ Es sei darauf verwiesen, daß die Dgl. (37) durch die Transformation $z^3 = r(x)$ [oder $z^2 = r(x)$] in eine Dgl. umgewandelt werden kann, die in /66/ behandelt ist. Diese Quelle war jedoch während der Untersuchungen nicht zugänglich.

Glg. (39) um eine E u l e r s c h e Dgl. Ansonsten ist diese Dgl. nur für spezielle Fälle (Einsetzen konkreter Werte für die Parameter $m, m_0, a_1, a_2, b_1, c_2, c_3$) lösbar. Es soll die Vereinfachung $m_0 = 0$, d.h. $f_2 = 0$, vorgenommen werden. Damit ist

$$\xi(x) = \frac{a_1 b_1 \operatorname{sgn}(x)}{2m} x^2 + \frac{a_2 b_1}{3m} x^3 \quad (40)$$

Für das Ausrechnen von $h(\xi)$ muß $x(\xi)$ aufgeschrieben werden. Die Umkehrung der Summe (40) in die Gestalt $x(\xi) \approx \sum_{i=1}^n A_i \xi^i$ ist jedoch nicht anzugeben, da in (40) ein in x lineares Glied fehlt. Diese Schwierigkeiten führen dazu, eine Lösung durch Vereinfachung von $\xi(x)$ anzustreben.

Dazu wird $a_2 = 0$ gesetzt. Aus den Ausführungen in 1.5.1.3. ist ersichtlich, daß die Hysterese Funktion dann trotzdem noch die an sie gestellten qualitativen Forderungen erfüllt.

Es werden

$$x(\xi) = \left(\frac{2 \xi m}{a_1 b_1 \operatorname{sgn}(x)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

und

$$h(\xi) = \frac{c_2}{a_1 b_1} \left(\frac{2 \xi m}{a_1 b_1 \operatorname{sgn}(x)} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2 c_3 m}{a_1^2 b_1^2} \xi.$$

Je nachdem, ob $c_3 = 0$ oder $c_2 = 0$, wird $h(\xi)$ zu

$$h_2(\xi) = \frac{c_2}{a_1 b_1} \sqrt{\frac{2m}{a_1 b_1}} \cdot \xi^{\frac{1}{2}} = \alpha_2 \xi^{\frac{1}{2}}, \text{ für } x > 0$$

bzw.

$$h_3(\xi) = \frac{2 c_3 m}{a_1^2 b_1^2} \cdot \xi = \alpha_3 \xi.$$

Für $h = h_2(\xi)$ konnte keine Lösungsmöglichkeit gefunden werden (mit Ausnahme der unter ¹⁾ auf Seite 116 genannten Quelle). Im Falle $h = h_3(\xi)$ ergeben sich zwei Varianten der Berechnung.

Erstens kann man - ausgehend von Dgl. (28) - durch eine einfache Transformation auf eine Dgl. mit getrennten Variablen kommen, die dann zu integrieren ist (siehe Näherungsmethode "Transformation $y(x) = x^2 \eta(\mu)$, $\mu = \ln|x|$ ").

Setzt man zweitens $h_3(\xi)$ in (39) ein, verlangt die Lösung der Eulerschen Dgl. die Voraussetzung $w > 0$.

Es müssen x und ξ verschiedene Vorzeichen besitzen. Das Vorzei-

chen von ξ^0 entscheidet also über den Lösungsbereich $\dot{x} > 0$ oder $\dot{x} < 0$.

Durch die Transformationen wird die Vorzeichenfrage aber sehr erschwert. Schließlich kann die Funktion $w(\xi)$ nur durch stark vereinfachende Potenzreihenentwicklung aufgestellt werden. Es ist daher besser, mit $h_3(\xi)$ direkt in Dgl. (38) zu gehen und auf die Umschreibung in die Form (39) zu verzichten. Mit der Transformation $\vartheta(\nu) = \xi \cdot \eta$ mit $\nu = \ln|\xi|$ erhält man endlich eine Dgl. mit getrennten Variablen und dem Integral

$$\nu(\vartheta) = \int \frac{d\vartheta}{\alpha_3 \vartheta^3 + \vartheta^2 + \vartheta} \quad (41)$$

- Für $n = 3$ und $a_2 = m_0 = 0$ gelangt man ausgehend von Dgl. (28) durch die Transformation $y(x) := x^2 \eta(\mu)$, $\mu = \ln|x|$ /19/ unmittelbar zu dem Integral

$$\mu(\eta) = - \int \frac{\eta d\eta}{2\eta^2 + \frac{a_1 b_1 \operatorname{sgn}(x)}{m} \eta + \frac{c_3}{m}} \quad (42)$$

Die notwendige Rücktransformation läßt erkennen, daß $\dot{x}(x) \neq 0$ vorausgesetzt wird. Der Bewegungsvorgang ist also in die Bereiche $\dot{x} > 0$ und $\dot{x} < 0$ zu unterteilen. Ebenso wie bei dem Integral (41) ist auch hier für die Lösung das Vorzeichen der Differenz

$$\Delta = \frac{8c_3}{m} - \left(\frac{a_1 b_1}{m} \right)^2$$

von Bedeutung. Die notwendige Umkehrung von $\mu(\eta)$ in $\eta(\ln|x|)$ kann näherungsweise über eine Reihenentwicklung der \ln - bzw. arctg -Funktionen erfolgen.

Die an der Analogierechenanlage gewonnenen Ergebnisse für eine willkürlich gewählte Parameterkombination c_3, a_1, b_1, m unter Variation von \dot{x}_0 zeigt Bild 33.

- Als Ausgangsform für die sukzessive Approximation dient die Darstellung

$$y(x) = -f_2 y - f_1 - \frac{f_0}{y}$$

Wegen der Division durch y wird auch hier der Lösungsbereich im wesentlichen auf die Kompressionsphase beschränkt. Als Ausgangsnäherung wird $y(x) \approx y_0 \equiv \dot{x}_0$ angesetzt. Damit folgt

$$y_1(x) = y_0 - \frac{k_1}{2} x^2 - \left(\frac{k_2}{3} - \frac{\bar{c}_2}{3y_0} \right) x^3 - \frac{\bar{c}_3}{4} x^4 \text{ für } m_0 = 0.$$

Schon die Bestimmung der Näherung y_2 schließt die Lösung einer

Glg. vierten Grades ein.

Bereits die Ermittlung von y_3 ist wohl ohne weitere Näherungen kaum möglich.

Im Falle $a_2 = c_2 = 0$ können die Lösungen der Glg. vierten Grades leicht angegeben werden. Dieser Fall aber ist besser nach (42) zu erledigen.